



**ТЕОРІЯ ТА МЕТОДИКА НАВЧАННЯ;
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ОСВІТІ**

УДК 37.02: 37.04: 377

DOI <https://doi.org/10.5281/zenodo.16807346>

**Створення засобами GeoGebra інтерактивних візуалізацій до
геометричних задач в ході підготовки до НМТ**

Зіновєєв Ігор Валерійович

кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри загальної
математики, Запорізький національний університет,
вул. Університетська, 66, м. Запоріжжя, 69011, Україна,
<https://orcid.org/0000-0002-7392-2327>

Манько Наталія Іванівна-Володимирівна

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фундаментальної та
прикладної математики, Запорізький національний університет,
вул. Університетська, 66, м. Запоріжжя, 69011, Україна,
<https://orcid.org/0000-0001-8995-7316>

Прийнято: 01.08.2025 | Опубліковано: 11.08.2025

***Анотація:** Дослідження результатів ЗНО/НМТ з математики упродовж останніх п'яти років свідчить про стійкі проблеми у сфері шкільної математики: учні демонструють труднощі з задачами планіметрії та стереометрії; їхні розв'язки характеризуються неповним обґрунтуванням висновків, відсутністю посилань на аксіоматичний апарат і теоретичну базу, порушенням логіки викладу; значна частина тестованих має недостатньо сформовану просторову уяву.*



Це актуалізує потребу в розробці методичних підходів, систем викладання геометрії з акцентом на формування узагальнюючих навичок, практичне застосування теоретичних знань і розвиток логічного та просторового мислення. Перспективним напрямом може стати впровадження у навчальний процес інтерактивних візуальних технологій – комп'ютерних 2D та 3D моделей для презентації геометричного матеріалу.

Метою даної роботи є розробка підходу до навчання геометрії на основі системного використання 2D та 3D візуалізацій, отриманих засобами GeoGebra, що враховує досвід ЗНО/НМТ з математики останніх років, та може бути основою для спільного аналізу задач із учнями, індивідуального опрацювання матеріалу, самостійного дослідження.

У методологічному плані дослідження спирається на наукові методи порівняльного та системного аналізу наукових джерел щодо інноваційних процесів у сфері математичної освіти, доповнені синтетичними методами для узагальнення провідних стратегій освітньої модернізації. Отримані результати дослідження визначили науково-практичний підхід та основні напрями впровадження ІКТ в освітню практику, зокрема системний підхід до роботи з стереометричними задачами.

В роботі запропоновано підхід до навчання геометрії у профільній школі, на основі дотримання принципу поетапної роботи із стереометричними (геометричними) задачами із залученням інтерактивних геометричних 2D та 3D демонстраційних комп'ютерних моделей-презентацій до навчального матеріалу, що враховує досвід ЗНО/НМТ з математики останніх років.

Аналіз педагогічного досвіду використання GeoGebra у навчальному процесі в школах і в закладах профільної та вищої освіти, дозволяє зробити висновок про те, що створення засобами GeoGebra інтерактивних візуалізацій до геометричних задач в ході підготовки до НМТ є дієвим інструментом для організації самостійної дослідницької та творчої діяльності здобувачів освіти.



Ключові слова: ЗНО/НМТ, стереометрія, інформаційно-комунікаційні технології, GeoGebra, комп'ютерне моделювання, інтерактивна візуалізація, демонстраційна модель, діяльність учнів.

Creating of interactive visualizations to geometry problems using GeoGebra during training for NMT

Zinovieiev Ihor

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of General Mathematics, Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, Ukraine, <https://orcid.org/0000-0002-7392-2327>

Manko Nataliia

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics, Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, Ukraine, <https://orcid.org/0000-0001-8995-7316>

Abstract: *An analysis of the results of the External independent testing (EIT) and National Multisubject Test (NMT) in mathematics over the past five years reveals persistent problems in school mathematics: students demonstrate difficulties with plane geometry and stereometry problems; their solutions are characterized by incomplete validation of conclusions, without references to axiomatic system and theoretical basis, and with broken logic; a significant part of testee have insufficiently developed spatial imagination.*

This highlights the need to develop methodological approaches and systems for teaching geometry with an accent on the formation of generalizing skills, the practical application of theoretical knowledge, and the development of logical and spatial thinking. A promising direction could be the introduction of interactive visual



technologies into the educational process—computer 2D and 3D models for presentation of geometric material.

The aim of this article is to develop an approach to teaching geometry based on the systematic use of 2D and 3D visualizations obtained with GeoGebra, which takes into account the experience of the EIT/NMT in mathematics in the last few years and can be the basis for joint analysis of problems with students, individual study of the material, and self-research.

As a methodological tool, the research relies on scientific methods of comparative and systematic analysis of scientific sources on innovative processes in the sphere of mathematical education, supplemented by synthetic methods for generalizing leading strategies of educational modernization. The results of the study determined the scientific and practical approach and the main directions for the implementation of ICT in educational practice, in particular a systematic approach to solving stereometric problems.

The authors propose an approach to teaching geometry in secondary school with a focus on a particular area based on the principle of step-by-step work with stereometric (geometric) problems using interactive 2D and 3D geometric demonstration computer models and presentations for educational material, taking into account the experience of the EIT/NMT in mathematics last few years.

An analysis of pedagogical practices of using GeoGebra in the educational process in schools and in specialized schools and higher education institutions leads to the conclusion that creating interactive visualizations of geometric problems using GeoGebra during training for the NMT is an effective way to organize self-research and creative activities for students.

Keywords: *EIT/NMT, stereometry, information and communication technologies, GeoGebra, computer modeling, interactive visualization demonstration model, student activities.*



Постановка проблеми. Аналіз офіційних висновків про проведення ЗНО/НМТ 2021-2024 років [1] дозволяє зробити наступні висновки: традиційно складними виявились завдання теоретичного характеру з планіметрії та стереометрії; учасники тестування часто лише фрагментарно обґрунтовували зроблені висновки, не посилались на аксіоми, теореми та їхні наслідки, не змогли логічно й послідовно записати хід своїх думок; у багатьох учасників недостатньо розвинена просторова уява.

Таким чином, виникає необхідність створення такої системи навчання геометрії, системи задач, що сприяють розвитку узагальнюючих умінь, просторової уяви та мислення учнів. Одним з таких підходів може бути створення інтерактивних геометричних 2D та 3D демонстраційних комп'ютерних моделей-презентацій до навчального матеріалу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як відмічається в роботі [2], комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики мають значний педагогічний потенціал, який потрібно використати для забезпечення найважливіших принципів розвиваючого навчання.

В напрямку дослідження та розвитку комп'ютерно-орієнтованих методичних, теоретичних та практично-орієнтованих підходів, систем навчання математики працює велика кількість сучасних як вітчизняних так й закордонних науковців, фахівців-практиків у сфері освіти, що підтверджує актуальність зазначеної тематики.

До ІКТ-інструментів, які активно застосовуються у навчанні математики відносяться: динамічні математичні середовища, які дозволяють будувати, досліджувати й моделювати математичні об'єкти (GeoGebra, Desmos, Cabri Geometry, Sketchpad та інш.); системи комп'ютерної математики (Wolfram Mathematica, Maple, SageMath та інш.); онлайн-сервіси для тестування та контролю знань (Google Forms, Microsoft Forms, Mentimeter, ClassMarker та інш.); платформи для інтерактивного навчання (Moodle, Google Classroom,



Learnis, Edmodo, Zoom (з інтерактивною дошкою), Classtime та інш.); засоби створення та перегляду навчального відео або анімацій (YouTube-канали з математики, наприклад, Khan Academy, Mathologer, Screencast-o-matic та інш.); інтерактивні дошки та мобільні додатки (Jamboard, Miro, Whiteboard.fi, Photomath, Microsoft Math Solver та інш.); STEM-платформи та платформи моделювання (Tinkercad, PhET Interactive Simulations, Matific та інш.); електронні підручники та цифрові бібліотеки (EduHub, МійКлас, На Урок та інш.).

GeoGebra використовує синтез трьох ключових функцій: моделювання, візуалізації та програмування. Багато досліджень показали позитивний вплив GeoGebra на ефективність та результативність навчання та викладання тем, пов'язаних з наукою, технологіями, інженерією та математикою [3].

У статті Сукірова М. [4] представлено три концептуалізації використання штучного інтелекту (ШІ) у процесі навчання: екстерналізація людського пізнання, інтерналізація моделей ШІ для впливу на людські ментальні моделі та розширення людського пізнання за допомогою тісно пов'язаних гібридних інтелектуальних систем людини та ШІ.

Досвід роботи авторки роботи [5] з електронним засобом GeoGebra засвідчив низку переваг його використання в освітньому процесі як з математики, так і з фізики.

В публікації автором наведено методики використання GeoGebra при розв'язуванні фізичних задач за темою «Графіки залежності кінематичних величин від часу для рівноприскореного прямолінійного руху» у 10 класі, методика розв'язування типових задач із кінематики.

У статті [6] розглядається використання інтерактивного програмного середовища GeoGebra для вивчення шкільного курсу стереометрії учнями 10-11 класів. Аналізується потенціал GeoGebra як інструмента для візуалізації тривимірних геометричних об'єктів, побудови динамічних моделей та розв'язування задач на побудову. Наведено приклади використання GeoGebra



для покращення просторового мислення, глибшого розуміння математичних концепцій та підвищення зацікавленості учнів у вивченні геометрії.

У статті [7] авторами наведено приклади стереометричних задач, які супроводжуються детальним розв'язанням і методичними коментарями, щодо доцільності розв'язання за допомогою інтерактивної геометричної системи GeoGebra 5.0. Серед таких задач: задачі на використання допоміжного перерізу, задачі на розгортки, задачі на геометричне місце точок, задачі на геометричні перетворення простору.

У статті [3] автори, на основі матеріалів міжнародного форуму CERME (Congress of the European Society for Research in Mathematics Education), досліджували актуальні аспекти міжнародних досліджень використання інформаційних технологій навчання в галузі математичної освіти, зокрема проблеми, які стосуються дистанційної практики навчання математики в школі та дистанційної практики фахової підготовки вчителів математики. Авторами підкреслено, що особливу увагу дослідники з Європи відводять використанню у навчанні математики популярного, зручного і доступного динамічного геометричного середовища GeoGebra.

У дослідженні [8] автори обговорюють можливості GeoGebra для забезпечення навчання математики в школі, яке завдяки своїй інтерактивності сприяє співпраці між учнем і викладачем. Також демонструється інтеграція GeoGebra в навчальну програму підготовки студентів, зокрема у багатьох курсах з вищої математики, таких як математичний аналіз, математична статистика, лінійна алгебра, лінійне програмування, комп'ютерне проектування, комп'ютерне геометричне моделювання, аналітична та проєктивна геометрія.

На основі статистичних даних проведених педагогічних експериментів, щодо впровадження GeoGebra у навчальний процес, автори [9] обґрунтовують ефективність GeoGebra у підвищенні успішності учнів під час вивчення геометрії.



У публікації [10] розглянуто приклади використання функції GeoGebra для демонстрації та приховування об'єктів в області побудови з метою створення якісних динамічних матеріалів з геометрії, які роблять навчальні розробки більш «живими» та інтерактивними, що підвищує зацікавленість здобувачів освіти в оволодінні новими знаннями. Крім того автори зазначають, що залучення учнів до створення подібних матеріалів сприятиме розвитку в них навичок формулювання ідей, пошуку шляхів їх реалізації, самостійного знаходження необхідної інформації, висування гіпотез та встановлення причинно-наслідкових зв'язків між властивостями об'єктів, що моделюються.

В роботі [11] розглядалося питання використання хмарних технологій та системи динамічної математики GeoGebra в освітньому процесі через спеціалізоване навчання стереометрії. З метою заохочення вчителів математики та інформатики до ефективного впровадження елементів STEM освіти, авторами пропонується використовувати у навчальному процесі хмарні навчальні інструменти, такі як GeoGebra.

У посібнику [2] подаються методичні рекомендації щодо використання у навчанні математики інформаційно-комунікаційних засобів, дібрано зміст навчального матеріалу, комп'ютерно-орієнтовані методи і форми навчання. Розглядаються актуальні питання застосування електронних, дистанційних та мобільних технологій навчання математики. Робота містить низку завдань, які можуть бути розв'язані з використанням системи динамічної математики GeoGebra, та потужних додатків GeoGebra для мобільних телефонів: Геометрія, 3D Графіка, Графічний калькулятор, Калькулятор ймовірностей.

Автори роботи [12] демонструють позитивний вплив GeoGebra на розвиток математичних компетентностей. У дослідженні зроблено висновок, що GeoGebra є ефективним інструментом для зміцнення тригонометричних компетентностей учнів середньої школи, що підкреслює важливість інтеграції цифрових технологій у математичну освіту.



В роботі [13] авторкою розглядається застосування GeoGebra до створення 2D та 3D демонстрацій до окремих задач ЗНО 2014-2019 років, зокрема задач на тіла обертання, що утворені обертанням плоских фігур навколо заданої осі, розгортки многогранників, взаємне розміщення прямих та площин.

Проведений аналіз наукових робіт свідчить про високу зацікавленість суспільства у вдосконаленні системи навчання математики, що на сучасному етапі неможливо без використання ІКТ.

Використання ІКТ у навчанні математики, зокрема використання GeoGebra для вивчення геометрії, не є простою модою, а необхідною умовою якісної сучасної освіти, яка забезпечує розвиток компетентностей, підвищує мотивацію учнів і робить навчальний процес гнучкішим та ефективнішим.

Тому постає потреба у системному впровадженні таких інструментів як GeoGebra у навчальний процес з метою цілеспрямованого формування просторової уяви.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Розробка підходу до навчання математики, зокрема геометрії, на основі системного використання 2D та 3D візуалізацій, отриманих засобами ІКТ; до ключових стереометричних (геометричних) задач; що враховує досвід ЗНО/НМТ з математики останніх років, на наш погляд є ще невирішеною проблемою.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Метою даної роботи є розробка підходу до навчання геометрії на основі системного використання 2D та 3D візуалізацій, отриманих засобами GeoGebra, що враховує досвід ЗНО/НМТ з математики останніх років, та може бути основою для спільного аналізу задач із учнями, індивідуального опрацювання матеріалу або самостійного дослідження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Більшості учнів достатньо важко самостійно уявити просторовий об'єкт, проаналізувати його внутрішню будову та тим більше – виконати з ним певні побудови чи перетворення.



Ефективним способом подолання цих труднощів є розширення досвіду роботи учнів з об'ємними фігурами засобами GeoGebra.

Побудова математичної моделі об'єкта в середовищі GeoGebra та використання динаміки креслення дає змогу учням більш наочно та глибоко зрозуміти внутрішню структуру об'єкта, що в свою чергу сприяє досягненню очікуваних результатів навчання.

Інтерактивне середовище, зокрема GeoGebra, забезпечує можливість візуалізації креслень для всіх основних типів стереометричних задач, зокрема: задач на побудову перерізів; задач на знаходження кута між прямими у просторі; задач на визначення кута між прямою та площиною; задач на обчислення кута між площинами; задач на знаходження відстаней, площ фігур та поверхонь і об'ємів тіл.

Завдяки дослідженню інтерактивної моделі певного реального або теоретичного процесу, явища, учні здобувають можливість краще зрозуміти процес, структуру об'єктів, що дозволяє їм виявляти необхідні факти для розв'язання задачі, свідомо опанувати алгоритми розв'язання завдань ЗНО/НМТ зі стереометрії.

Набувши досвіду роботи з просторовими задачами за допомогою GeoGebra, учні поступово переходять до їх розв'язання вже без комп'ютерної візуалізації.

Використання середовища GeoGebra на уроці спрямоване на: підвищення рівня наочності й доступності навчального матеріалу; перевірку гіпотез, висунутих учнями на етапі пошуку ідеї розв'язання задачі або етапі побудови ілюстраційної моделі; вибір однієї або декількох стратегій розв'язання задачі та проведення їх порівняння з метою виявлення більш ефективної; спрощення організації форм навчальної діяльності учня та вчителя, а також організація співпраці між учителем та учнями.



З методичної точки зору навчання певному типу задач, базовим ключовим задачам доцільно організувати поетапно та здійснювати за наведеною далі схемою.

Етапи роботи із стереометричними (геометричними) задачами.

1. Підготовчий.

На підготовчому етапі учитель завчасно, до уроку, створює шаблони для ключових задач, завдань для аудиторної і домашньої роботи та зберігає їх у хмарному сховищі, надаючи учням доступ до них через посилання.

2. Аналітичний.

На цьому етапі учитель робить постановку задачі, наводить її формулювання та робить первинний аналіз умови. Формулювання.

Діяльність учнів: опрацьовують умову задачі, роблять попереднє креслення у зошиті, або у спеціалізованому застосунку, висувають і аналізують гіпотези, продумують і обґрунтовують можливі підходи до розв'язання.

3. Сполучний (Демонстраційно-сполучний).

На цьому етапі учитель презентує задачу у вигляді готової моделі, яка містить приховані додаткові елементи (додаткові побудови) та пропонує учням розглянути візуальну конструкцію у динамічному режимі. При цьому проводиться пояснення, як демонстраційна модель відповідає умові задачі, встановлюється зв'язок між наочним образом і текстом задачі.

Діяльність учнів: уточнюють свої уявлення відповідно до запропонованої моделі, аналізують її структуру, спостерігають за змінами, формують візуальне уявлення про задачу, коригують власне креслення відповідно до найкращої форми подання моделі.

4. Проблемно-пошуковий. Розробка алгоритму розв'язання задачі.

Учитель шляхом створення проблемних ситуацій спрямовує учнів до розв'язання задачі за допомогою допоміжних запитань. У процесі обговорення учитель підводить учнів до можливих додаткових побудов, які потім демонструє



на моделі, що сприяє виявленню потрібних геометричних співвідношень і просуванню в розв'язанні задачі.

Діяльність учнів: учні активно долучаються до обговорення: здійснюють пошук потрібних співвідношень, формулюють припущення, обґрунтовують свої думки, беруть участь у спільній роботі з учителем, разом визначають стратегію розв'язання задачі.

5. Реалізація розробленого плану. Розв'язання задачі. Перевірка адекватності отриманого результату.

Діяльність учнів: кожен учень у зошиті самостійно виконує додаткові побудови та записує розв'язання задачі з усіма необхідними поясненнями, що виникли під час обговорення моделі.

При цьому учитель на дошці наводить необхідні проміжні розрахункові математичні співвідношення та відповідні їм числові розрахунки, за необхідності нагадує ключові етапи розв'язання та здійснює контроль за діяльністю учнів.

6. Рефлексія. Первинне та вторинне закріплення. Аналіз та узагальнення результату.

На заключному етапі роботи з задачею учитель разом з учнями повторно демонструє модель з усіма додатковими побудовами, обговорює з учнями ключові етапи розв'язання задачі.

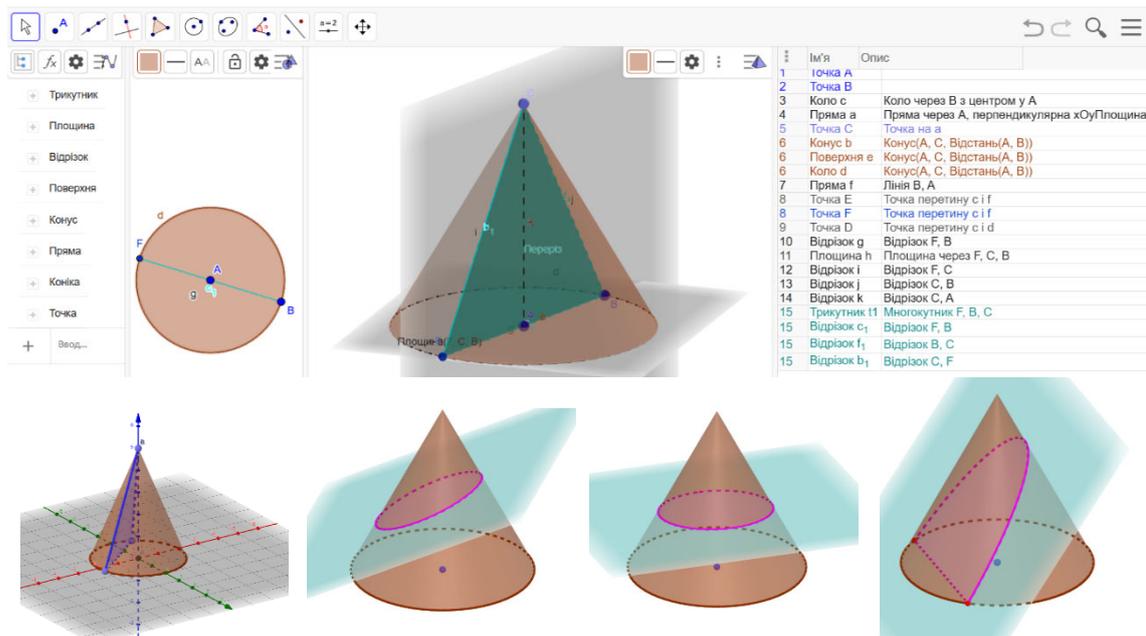
Також учитель разом з учнями проводять оцінку ефективності обраного способу розв'язання, формулюють висновки, обговорюють можливості застосування застосованого методу розв'язання в інших ситуаціях.

Діяльність учнів: учні повторно осмислюють правильність геометричних співвідношень, коректність виконаних креслень і логіку побудов. Кожен учень має можливість у домашніх умовах повторно переглянути модель задачі за посиланням, наданим учителем, краще її зрозуміти та закріпити візуальне уявлення про неї.

Автоматизація побудов не лише заощаджує час учителя, а й наочно підтверджує правильність відомих геометричних залежностей. Зокрема, за умови задання різних положень площин перерізу, наприклад, трьома точками на поверхні тіла, або точкою та вектором нормалі, дозволяє автоматично побудувати переріз тіла площиною та отримати візуальне уявлення про переріз, що утворюється. Наприклад, динамічне переміщення площини, що перетинає конус (рис. 1), дозволяє наочно побачити різні типи конічних перерізів, простежити динаміку їх утворення, зробити висновки про вид перерізів та умови, що визначають цей тип.

Рисунок 1

Ілюстраційна модель для аудиторної, самостійної та дослідницької роботи на різні типи перерізів конуса площиною.

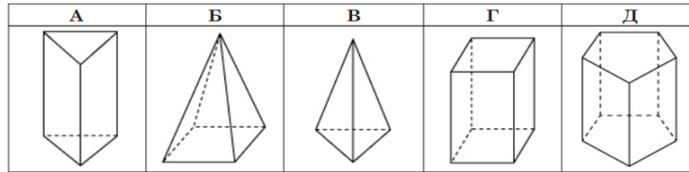
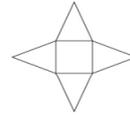


Окремий тип задач – задачі на розгортки тривимірних тіл. Практично кожного року серед задач ЗНО/НМТ є задача на розгортки, наприклад задача №3 НМТ 2022 р. (рис. 2).

Рисунок 2

Задача №3 НМТ 2022 р. [1].

3. Розгортку якого з наведених многогранників зображено на рисунку?



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	1,2	90,9	3,3	0,7	3,9	9,3	90,7	22,3	0,2

Демонстраційні моделі для многогранників (наприклад, на рис. 3) та тіл обертання (наприклад, рис. 4) є дієвим інструментом для розвитку просторової уяви.

Рисунок 3

Демонстраційна модель розгортки прямокутного паралелепіпеда.

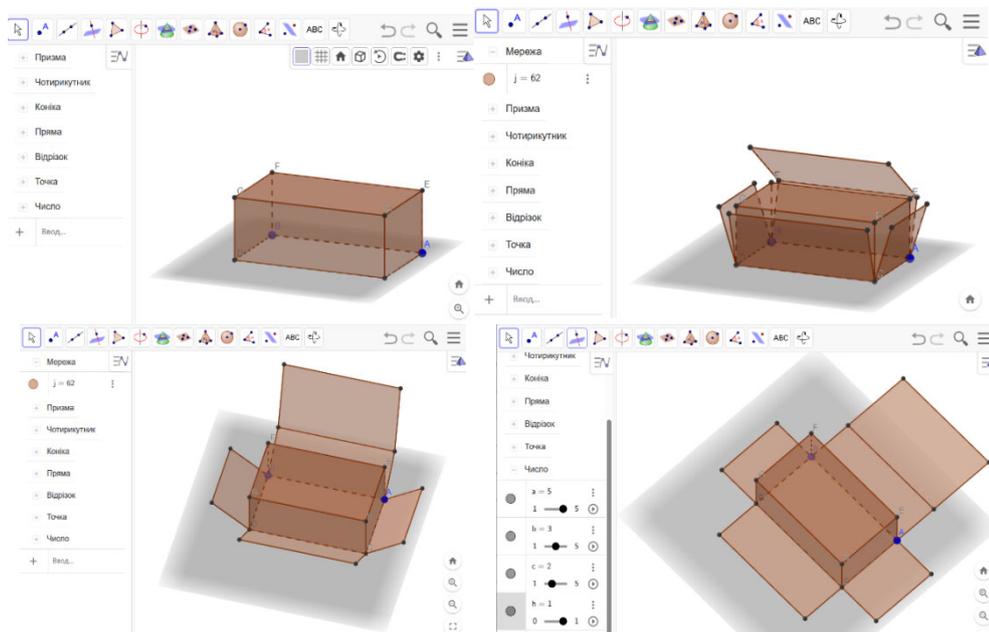
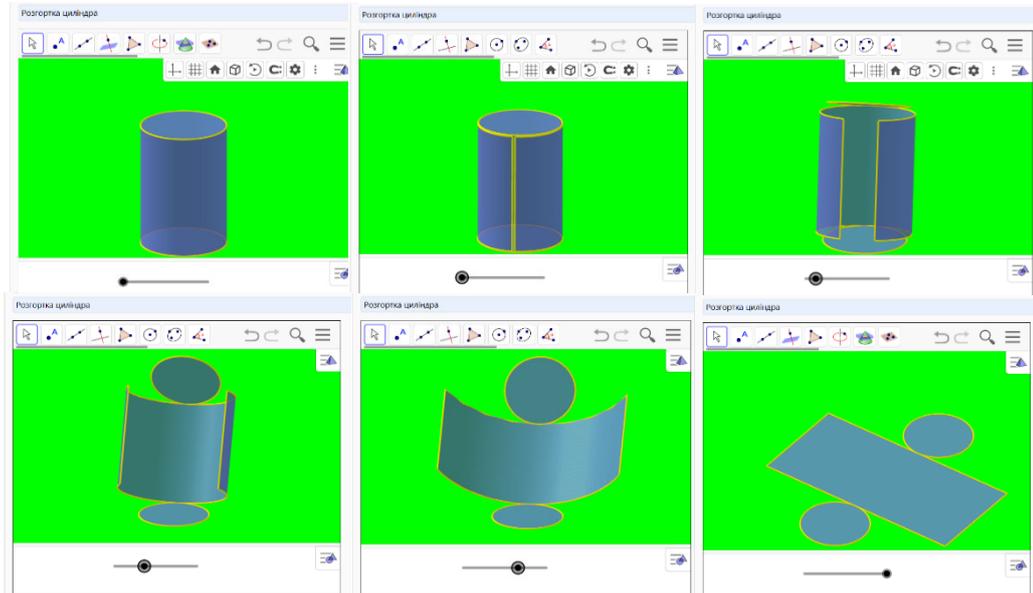


Рисунок 4

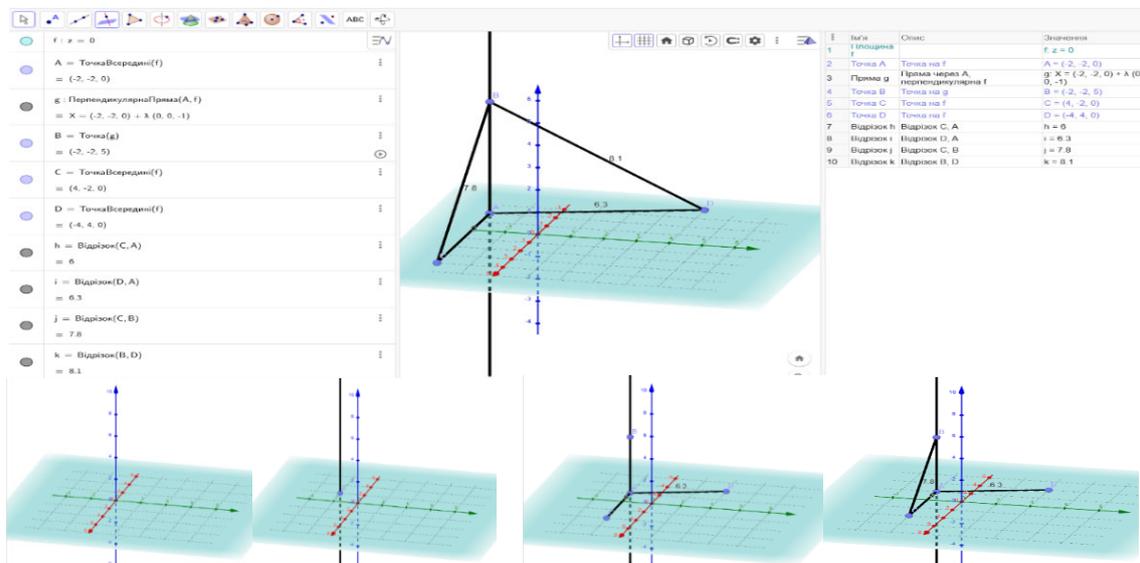
Демонстраційна модель розгортки циліндра.



Наступним типом задач, де доцільним є використання наведеної вище схеми поетапної роботи з задачами, є базові ключові задачі та теореми стереометрії. Наприклад, динамічною ілюстрацією до теми «Перпендикуляр і похила» [14] може виступати задача, яка наведена на рис. 5.

Рисунок 5

Демонстраційна модель базової задачі на похилу та проєкцію.

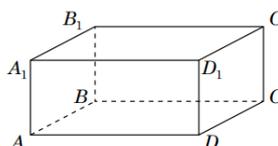


Також щорічно серед задач ЗНО/НМТ є задачі на знаходження кутів між прямими у просторі; між прямою та площиною; між площинами; задачі на знаходження відстаней, площ фігур та поверхонь і об'ємів тіл. Наприклад, задача №20 ЗНО 2021 (рис. 5), демонстраційна модель до якої наведена на рис. 7.

Рисунок 6

Завдання №20 ЗНО 2021 р. [1].

20. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD_1B_1C_1D_1$, у якому $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 2$. У відповідніть початок речення (1–3) із його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Відстань від точки C до площини (AA_1B_1) дорівнює
- 2 Відстань від точки A до прямої CC_1 дорівнює
- 3 Відстань між площинами (ABC) і $(A_1B_1C_1)$ дорівнює

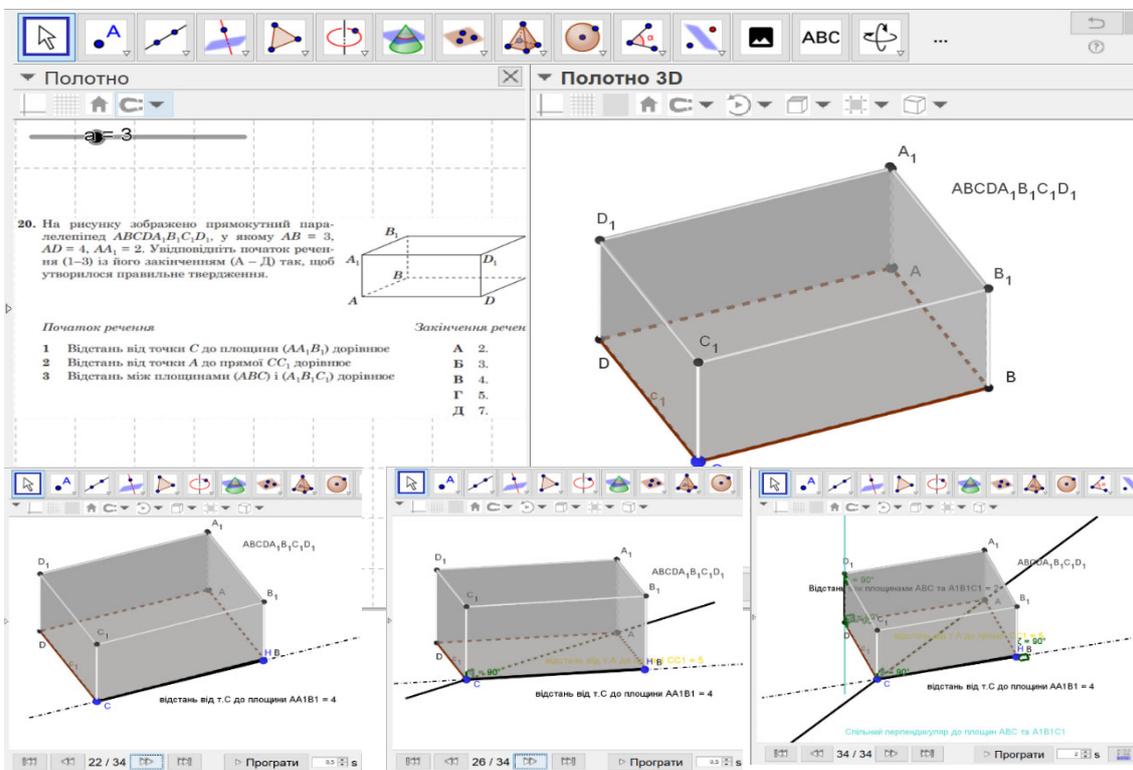
Закінчення речення

- А 2.
- Б 3.
- В 4.
- Г 5.
- Д 7.

Ключ	Відповіді учасників (%)				Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3			
ВГА	17,3	25,8	27,0	29,9	56,5	66,1	0,6

Рисунок 7

Демонстраційна модель до завдання №20 ЗНО 2021 р. [1].



Розроблена динамічна ілюстраційна модель має теоретичні пояснення до кожного кроку, кожної підзадачі; дозволяє простежити всі етапи реалізації алгоритму розв'язання.

Одним з класів стереометричних задач є задачі, пов'язані з моделюванням взаємного розміщення просторових об'єктів та визначення певних числових характеристик, що характеризують ці об'єкти та їх взаємодію.

Зокрема такими є задачі на перерізи (наприклад, побудувати фігуру, яка утворюється в результаті перетину площини з тривимірним тілом, обчислити числові характеристики описаного або побудованого перерізу; побудова слідів площини на гранях многогранника, поверхні тіла). Приклади таких задач можемо спостерігати як в завданнях ЗНО, так й у завданнях НМТ (рис. 8).

Рисунок 8

Завдання сертифікаційних робіт з математики НМТ 2023-2024 рр. [1].

21. Основою прямої призми є ромб зі стороною 20. Периметр одного з діагональних перерізів призми дорівнює 58. Визначте об'єм призми, якщо її висота дорівнює 5.

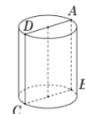
Відповідь	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
1920	86,5	13,5	13,5	46,2	0,6

21. У прямокутній системі координат у просторі задано конус із вершиною $M(4; -9; 7)$. Осовим перерізом цього конуса є рівносторонній трикутник AMB . Визначте площу S повної поверхні цього конуса, якщо $A(8; -12; 12)$. У відповіді запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

Відповідь:

4. На рисунку зображено циліндр, прямокутник $ABCD$ – його осовий переріз. Укажіть відрізок, який є твірною цього циліндра.

- A AD
B BC
B AC
Г BD
Д AB



Ключ	Відповіді учасників (%)					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	A	B	B	Г	Д			
Д	16,7	16,2	7,9	4,7	54,5	54,5	65,8	0,4

21. Осовим перерізом циліндра є квадрат зі стороною 8 см. Визначте площу S (см²) бічної поверхні цього циліндра. У відповіді запишіть значення виразу $\frac{S}{\pi}$.

Відповідь:

Задачі на перерізи у шкільному курсі геометрії перевіряють одразу декілька важливих інтелектуальних і практичних умінь, які охоплюють як знання теорії, так і навички просторового уявлення та логічного мислення, а саме: просторове мислення (уміння уявити тривимірне тіло, фігуру та її перетин площиною; здатність бачити що де розташовано, які сторони чи грані перетинаються; навички побудови (вміння правильно виконувати побудову перерізу на кресленні, застосування методу слідів, паралельного переносу або перетину площини з ребрами; знання стереометричних понять і теорем; розуміння властивостей многогранників, прямих і площин у просторі; уміння використовувати аксіоми, теореми про паралельність, перпендикулярність,

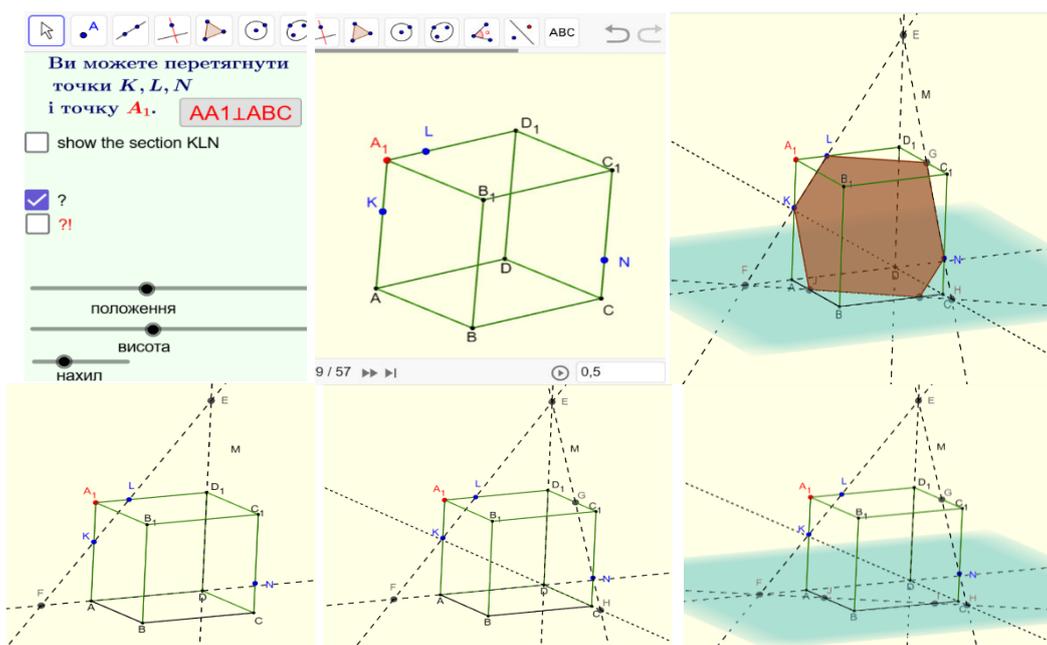
співвідношення між елементами фігур; логічне і конструктивне мислення (уміння логічно обґрунтувати кроки побудови, проводити аналіз та синтез задачі – від розуміння умови до повної побудови і пояснення результату); уміння інтерпретувати отримані результати (визначення типу отриманої фігури-перерізу та аналіз властивостей цього перерізу: кути, паралельність, довжини сторін, площа); точність і уважність виконання геометричних побудов згідно з правилами без пропусків важливих елементів.

Виконання подібних задач як в аудиторії так і вдома стимулює формування просторового мислення, а також сприяє розвитку конструктивного підходу й логічного аналізу. Регулярне застосування аксіом і теорем у процесі побудов дозволяє глибше усвідомити їх зміст і закріпити знання на інтуїтивному рівні.

Для підготовки учнів до плідної роботи з такими задачами, на наш погляд, доцільно запропонувати серію проєктів «Побудова та дослідження перерізів» як в 10 класах так й у 11 класах, які необхідно виконати у програмі GeoGebra. (наприклад, проєкт «Побудова та дослідження перерізів. Метод слідів» рис. 9).

Рисунок 9

Ілюстраційна модель для аудиторної, самостійної та дослідницької роботи на побудову перерізу методом слідів.





Зазначимо, що такий проєктний підхід має на меті сформувати, узагальнити й систематизувати знання учнів з стереометрії, він також сприятиме залученню школярів до дослідницької діяльності з використанням ІКТ, що надалі дозволить реалізувати проєкти або частини проєктів з інших предметів.

Зауважимо, що виконання таких проєктів як в класі, так і вдома може виступати як творча складова етапу «Рефлексія. Первинне та вторинне закріплення. Аналіз та узагальнення результату» роботи з геометричними задачами та є корисною базою для поглибленого вивчення математики, подальших досліджень і підготовки до олімпіад з математики.

Висновки. Таким чином, в роботі запропоновано підхід до навчання геометрії у профільній школі, на основі дотримання принципу поетапної роботи із стереометричними (геометричними) задачами із залученням інтерактивних геометричних 2D та 3D демонстраційних комп'ютерних моделей-презентацій до навчального матеріалу, що враховує досвід ЗНО/НМТ з математики останніх років.

Аналіз педагогічного досвіду використання GeoGebra у навчальному процесі в школах і в закладах профільної та вищої освіти, дозволяє зробити висновок про те, що створення засобами GeoGebra інтерактивних візуалізацій до геометричних задач в ході підготовки до НМТ є дієвим інструментом для організації самостійної дослідницької та творчої діяльності здобувачів освіти.

Список використаних джерел

1. Сайт Українського центру оцінювання якості освіти: Офіційні звіти
URL: <https://testportal.gov.ua/ofzvit/> (дата звернення: 30.06.2025).

2. Крамаренко Т. Г., Корольський В. В., Семеріков С. О., Шокалюк С. В.; наук. ред. М. І. Жалдак. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навч. посіб. Вид. 2, перероб. і доп. Кривий Ріг: Криворізький держ. пед. ун-т, 2019. 444 с.



3. Матяш О., Михайленко Л., Воевода А. Актуальні аспекти міжнародних досліджень використання інформаційних технологій навчання в галузі математичної освіти. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*. 2022. Вип. 60, С. 81–90. DOI: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-60-81-90>.

4. Cukurova M. (). The interplay of learning, analytics and artificial intelligence in education: A vision for hybrid intelligence. *British Journal of Educational Technology*, 2025. Vol. 56, P. 469–488. DOI: <https://doi.org/10.1111/bjet.13514>

5. Єрмакова-Черченко Н. О. Використання електронного засобу GeoGebra при розв’язуванні задач з фізики. *Інформаційні технології в освіті*, 2022. №50(1), С. 7–18. DOI: <https://doi.org/10.14308/ite00075>

6. Андрощук М. В., Жук А. В. Використання середовища GeoGebra для вивчення шкільного курсу стереометрії (учнями 10-11 класів). *Universum*. 2024. № 13, С. 239–249. DOI: <https://doi.org/10.36074/universum.13.2024>

7. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 і його використання для розв’язування задач стереометрії. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2014. Вип. 44, №6, С. 124–133. DOI: <https://doi.org/10.33407/itlt.v44i6.1138>.

8. Ziatdinov R.; Valles J. R. Jr. Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. *Mathematics*. 2022. Vol. 10, №3. 398. DOI: <https://doi.org/10.3390/math10030398>

9. Uwurukundo M. S., Maniraho J. F., Tusiime M., Ndayambaje I., Mutarutinya V. GeoGebra software in teaching and learning geometry of 3-dimension to improve students’ performance and attitude of secondary school teachers and



students. *Education and Information Technologies*. 2024. Vol. 29, P. 10201–10223

DOI: <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12200-x>

10. Тушев А., Чупордя В. Застосування програми GeoGebra до формування дослідницьких умінь під час створення динамічних розробок з геометрії. *Фізико-математична освіта*. 2022. Том 34. № 2, С. 43–49. DOI: <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-034-2-007>.

11. Kramarenko T., Pylypenko O., Serdiuk O. Digital Technologies in Specialized Mathematics Education: Application of GeoGebra in Stereometry Teaching. *Proceedings of the 1st Symposium on Advances in Educational Technology*. 2022. Vol 1: AET, P. 576-589. DOI: 10.5220/0010926300003364

12. Carriazo-Regino Y., Hurtado-Carmona D., Bermudez-Quintero A. Improving trigonometric competency with GeoGebra: a quasi-experimental study in a high school. *International Journal of Evaluation and Research in Education* 2024. Vol. 13, № 5. P. 2876-2889. DOI: <http://doi.org/10.11591/ijere.v13i5.28995>

13. Кунічева Т. П. Підготовка здобувачів освіти до розв'язування геометричних задач ЗНО з математики засобами GeoGebra. *Інженерні та освітні технології*. 2023. Т. 11, № 1. С. 46-66. DOI: 10.32782/2307-9770.2023.11.01.04

14. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 240 с.

15. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2019. 204 с.