ПЕДАГОГІЧНА АКАДЕМІЯ:
НАУКОВІ ЗАПИСКИ

ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ

УДК 378.147:519.87
DOI https://doi.org/10.5281/zenodo.20845228

Методика викладання дисципліни «Математичне моделювання багатофакторних процесів» для бакалаврів з прикладної математики: принцип наскрізного прикладного об'єкта

Кондрат'єва Наталія Олександрівна
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики,
Запорізький національний університет,
вул. Університетська, 66, 69011, Запоріжжя, Україна
e-mail: nkondr@np.znu.edu.ua
https://orcid.org/0000-0002-6994-2536
Леонтьєва Вікторія Володимирівна
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики,
Запорізький національний університет,
вул. Університетська, 66, Запоріжжя, Україна
доцент кафедри вищої математики і фізики,
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного,
вул. Університетська, 66, 69011, Запоріжжя, Україна
e-mail: vleonteva@np.znu.edu.ua
https://orcid.org/0000-0002-9863-9712

Прийнято: 12.05.2026 | Опубліковано: 30.05.2026

Анотація.

Мета. Стаття присвячена розробці та обґрунтуванню методики викладання дисципліни «Математичне моделювання багатофакторних процесів» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 113 «Прикладна математика», освітньою програмою «Комп'ютерне моделювання». Обґрунтовується доцільність застосування принципу наскрізного прикладного об'єкта як системоутворювального дидактичного засобу, що забезпечує змістову та структурну єдність навчального курсу.

Методи. Дослідження ґрунтується на системному аналізі чинних освітньо-наукових стандартів та силабусу навчальної дисципліни, компетентнісному підході до конструювання змісту вищої освіти, а також на методах математичного та імітаційного моделювання. Для верифікації запропонованих методичних рішень використовувався аналіз структури предметної галузі з позицій дидактичної доцільності та відповідності програмним результатам навчання.

Результати. Розроблено методичну концепцію курсу, в основу якої покладено принцип наскрізного прикладного об'єкта: система віброударного захисту радіоелектронної апаратури використовується як єдиний канонічний приклад, що послідовно розглядається в усіх п'яти змістових модулях дисципліни. Показано, що такий підхід забезпечує природну інтеграцію теоретичних розділів навколо єдиного інженерного об'єкта. Сформульовано поетапну структуру освоєння матеріалу: від побудови моделі факторного простору до синтезу параметрів ізолятора за критерієм мінімальної передатної функції в заданому частотному діапазоні.

Висновки. Застосування принципу наскрізного прикладного об'єкта у викладанні дисципліни «Математичне моделювання багатофакторних процесів» дозволяє суттєво підвищити мотивацію здобувачів, забезпечити системне сприйняття матеріалу та досягти вимірюваних результатів навчання

у частині формування математичної компетентності майбутнього фахівця з прикладної математики. Запропонована методика може бути адаптована для суміжних дисциплін технічного профілю, де інтеграція теоретичних та прикладних складових є педагогічно значущою умовою якісної фахової підготовки.

Ключові слова: математичне моделювання, багатофакторні процеси, методика викладання, вища освіта, принцип наскрізного прикладного об'єкта, прикладна математика, система віброударного захисту, компетентнісний підхід.

Teaching methodology for the course «Mathematical modeling of multifactorial processes» for bachelor's students in applied mathematics: the principle of a cross-cutting applied object

Nataliia Kondratieva

Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate professor,

Associate professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics,

Zaporizhzhia National University,

Universytetska str., 66, 69011, Zaporizhzhia, Ukraine

e-mail: nkondr@np.znu.edu.ua

https://orcid.org/0000-0002-6994-2536

Viktoriia Leontieva

Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate professor,

Associate professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics,

Zaporizhzhia National University,

Universytetska str., 66, 69011, Zaporizhzhia, Ukraine

Associate professor of the Department of Higher Mathematics and Physics,

Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University,
Universytetska str., 66, 69011, Zaporizhzhia, Ukraine
e-mail: vleonteva@np.znu.edu.ua
https://orcid.org/0000-0002-9863-9712

Abstract.

Objective. The article is devoted to the development and substantiation of the teaching methodology for the discipline «Mathematical Modeling of Multifactor Processes» for first-cycle (bachelor's) degree students majoring in specialty 113 «Applied Mathematics», educational programme «Computer Modelling». The study justifies the expediency of applying the principle of a cross-cutting applied object as a system-forming didactic instrument that ensures the content and structural coherence of the course.

Methods. The research is based on a systematic analysis of current educational and scientific standards and the working syllabus of the discipline, a competence-based approach to designing the content of higher education, as well as methods of mathematical and simulation modelling. Verification of the proposed methodological solutions was carried out through an analysis of the subject domain structure from the standpoints of didactic appropriateness and alignment with programme learning outcomes.

Results. A methodological concept of the course has been developed, grounded in the principle of a cross-cutting applied object: a vibration and shock protection system for radio-electronic apparatus is employed as a single canonical example examined consistently across all five content modules of the discipline. It is demonstrated that this approach enables natural integration of theoretical sections around a unified engineering object. A stage-by-stage structure for mastering the material has been formulated: from constructing a factor space model to synthesising isolator parameters according to the criterion of minimum transmissibility within a specified frequency range.

Conclusions. The application of the cross-cutting applied object principle in teaching the discipline «Mathematical Modeling of Multifactor Processes» makes it possible to substantially increase student motivation, ensure a systemic perception of the material, and achieve measurable learning outcomes in terms of developing the mathematical competence of future specialists in applied mathematics. The proposed methodology can be adapted for related disciplines of a technical profile, where the integration of theoretical and applied components constitutes a pedagogically significant condition for high-quality professional training.

Keywords: mathematical modelling, multifactor processes, teaching methodology, higher education, cross-cutting applied object principle, applied mathematics, vibration and shock protection system, competence-based approach.

Постановка проблеми. Серед актуальних викликів сучасної інженерно-математичної освіти особливого значення набуває проблема формування у студентів здатності переходити від абстрактного математичного формалізму до конкретних прикладних задач, де на об'єкт дослідження одночасно діє сукупність різнорідних факторів. На цьому перетині теоретичної математики й інженерної практики виникає методична прогалина, яку жоден із традиційних курсів математичного циклу не здатен заповнити самостійно, оскільки не в змозі по-окремності надати студентові інструмент для інтегрованого аналізу об'єкта в умовах комбінованої дії механічних, кліматичних та інших впливів, а також їх взаємного відображення на надійнісних характеристиках.

Дисципліна «Математичне моделювання багатофакторних процесів», що викладається на четвертому курсі бакалаврату спеціальності 113

«Прикладна математика» освітньо-професійної програми «Комп'ютерне моделювання», є відповіддю на зазначену прогалину. Проте сама наявність такого курсу в навчальному плані ще не вирішує педагогічної задачі: необхідна методична концепція, яка б забезпечила не фрагментарне ознайомлення з окремими класами моделей, а системне формування компетентностей – від ідентифікації факторного простору до верифікації синтезованої конструкції. Традиційний підхід, за яким різні теми ілюструються різними прикладами, не забезпечує концептуальної єдності та позбавляє студентів можливості спостерігати «повний цикл» моделювання в єдиному предметному контексті.

Зазначене визначає актуальність дослідження методичних принципів побудови дисципліни, що поєднує суворість математичного апарату з прикладним предметним контекстом, достатньо складним, аби відтворити всі стадії повного циклу моделювання, та водночас достатньо доступним для систематичного вивчення у межах одного семестрового курсу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз сучасної наукової літератури свідчить про зростаючий інтерес до проблематики навчання математичного моделювання (ММ) у вищій школі. Системний огляд рецензованих праць [1] показав домінування аналітичного підходу до концептуалізації компетентностей ММ; водночас в роботі констатовано брак порівняльних досліджень стратегій їх формування у технічних дисциплінах. Питання педагогічних предметних знань викладача ММ досліджено у праці [2]: семінари з проєктування задач достовірно підвищують педагогічні предметні знання майбутніх викладачів, однак методику для інтегрованих фахових курсів бакалаврату не запропоновано. Дидактичний потенціал цифрових інструментів у навчанні ММ проаналізовано у дескриптивному огляді [3]: технології розширюють когнітивні можливості студентів, проте їх ефективна інтеграція в цілісний технічний курс залишається невирішеною задачею. Зв'язок ММ з дискретною математикою та перспективи для сучасних університетських курсів обґрунтовано у роботі [4], де, однак, відсутня конкретна методика побудови наскрізного прикладного сценарію. Мотиваційний вимір навчання ММ висвітлено в огляді [5]: реальний контекст задач підвищує ситуативний інтерес та самоефективність студентів, проте фокус праці обмежується загальноуніверситетським рівнем. Міждисциплінарні переваги ММ для формування критичного мислення та фахової грамотності обґрунтовано у дослідженні [6], яке фіксує хронічний дефіцит автентичних інженерних задач у навчальних матеріалах для вищої школи. Ефективність занурення студентів в автентичний науково-технічний контекст підтверджено у роботі [7] на вибірці школярів у віртуальному STEM-середовищі. Концепцію «багатого навчального середовища» для ММ розкрито у праці [8] на прикладі моделювання експоненційного зростання: показано системотвірну роль єдиного реального контексту, проте принцип наскрізного об'єкта впродовж усього курсу не реалізовано. Дієвість проєктно-орієнтованого навчання (ПОН) у курсах вищої математики підтверджено у роботі [9]: понад 90 % студентів у ПОН-групах оцінили навчання як «добре» або «відмінне». В роботі [10] продемонстровано, що автентичний контекст ММ суттєво покращує ставлення студентів до математики та визначено необхідність детальних методичних рекомендацій для технічних спеціальностей. Нарешті, аналіз оглядових праць [11] зафіксував системний брак досліджень методики ММ у контексті фахової підготовки прикладних математиків.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Попри значний масив досліджень, присвячених загальній методології викладання математичного моделювання, у відповідній літературі залишається малодослідженим питання про те, яким чином організувати навчальну дисципліну для студентів з сильною математичною підготовкою (майбутніх фахівців з прикладної математики) так, щоб вона, з одного боку, не деградувала до рівня ілюстративного прикладного курсу, а з іншого – не перетворювалася на суто теоретичний курс «математичних методів», відірваний від інженерної реальності. Зокрема, поза увагою дослідників залишаються питання: як забезпечити концептуальну єдність курсу за наявності принципово різнорідного контенту – ймовірнісних моделей надійності, диференціальних рівнянь коливань, задач статики та задач оптимізації; яким чином єдиний наскрізний прикладний об'єкт може слугувати педагогічним «якорем», що утримує студентів у спільному предметному контексті впродовж усього курсу; як виміряти ефективність такої концепції з точки зору розвитку системного мислення, а не лише відтворення конкретних алгоритмів. Дане дослідження спрямоване на заповнення зазначеної прогалини.

Формулювання мети статті (постановка завдання). Метою статті є обґрунтування та опис методичної концепції курсу «Математичне моделювання багатофакторних процесів» для бакалаврів спеціальності 113 «Прикладна математика» на основі принципу наскрізного прикладного об'єкта. Для досягнення поставленої мети ставляться наступні завдання: виявити педагогічні підстави вибору системи захисту РЕА від вібраційних і ударних навантажень як канонічного об'єкта; описати структуру курсу та логіку переходів між змістовими модулями; розкрити зміст ключових математичних моделей та їх роль у формуванні відповідних компетентностей; окреслити перспективи вдосконалення курсу.

Концептуальна модель дисципліни та її педагогічне обґрунтування. Усі п'ять змістових модулів курсу підпорядковані єдиній методологічній схемі, яку можна охарактеризувати як «спіральний цикл моделювання»: кожен наступний модуль повертається до тієї самої фізичної системи, але розглядає її на якісно вищому рівні математичної деталізації. Ідентифікація факторного простору в 1 модулі задає координати для подальшого аналізу; формалізація умов функціонування у 2 модулі переводить якісний опис у числові діапазони та математичні нерівності; модель надійності 3 модуля встановлює кількісний зв’язок між зовнішніми впливами та ймовірністю безвідмовної роботи; статична й динамічна математичні моделі 4 та 5 модулів відображають механічну поведінку системи; нарешті, алгоритм синтезу замикає цикл, повертаючи студента до вимог 1 модуля.

Педагогічна перевага такої структури порівняно зі звичним «перечисленням методів» полягає в тому, що студент ніколи не втрачає відчуття мети: він будує не «приклад застосування диференціального рівняння», а математичну модель конкретного об’єкта, яка буде використана вже на наступному занятті. Це формує внутрішній мотив до вивчення кожного нового методу – не тому, що «він є у програмі», а тому, що без нього неможливо зробити наступний крок у роботі з прикладним об’єктом.

Вибір наскрізного прикладного об’єкта та постановка задачі проектування. Вибір системи віброударозахисту радіоелектронної апаратури (СВЗ РЕА) [12] як наскрізного прикладного об’єкта продиктований кількома педагогічними міркуваннями. По-перше, об’єкт є достатньо складним, щоб відтворити повну різноманітність факторів – механічні збурення, кліматичні умови, електромагнітні завади, вимоги надійності, – і водночас достатньо зрозумілим, щоб студент міг побудувати фізичну інтуїцію щодо природи кожного з них. По-друге, математичний апарат, потрібний для опису СВЗ, включає практично весь інструментарій попередніх дисциплін, що перетворює курс на природний синтезатор здобутих знань. По-третє, задача синтезу параметрів СВЗ формулюється як задача багатокритеріальної оптимізації:

$$\min_{x \in X} F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots , f_m(x)], \quad (1)$$

де $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор проектних параметрів (жорсткість амортизаторів, коефіцієнт демпфування, геометрія монтажу); $f_1, f_2, \dots, f_m$ – цільові функції (маса конструкції, ефективність ізоляції, надійність, вартість); множина X визначається конструктивно-технологічними та експлуатаційними обмеженнями. Така постановка дозволяє студентам побачити, що «чиста» задача оптимізації є не самоціллю, а інструментом для прийняття конкретного конструктивного рішення.

Ідентифікація факторного простору. Перший змістовий модуль зосереджений на ідентифікації факторного простору – процедурі, яка в методичному сенсі є найбільш «нематематичною», але яка визначає якість усіх подальших кроків. Студентам пропонується розглянути бортову апаратуру, встановлену на рухомому носії (літак, ракетно-космічний апарат, корабель), і формалізувати всі зовнішні впливи як змінні майбутньої математичної моделі. Механічні збурення описуються вектором сил та прискорень $F(t)$, що діє в трьох просторових напрямках і може включати як гармонічну, так і широкосмугову стохастичну складові. Кліматичні впливи – температура T, вологість H, атмосферний тиск P – формалізуються як параметри, що визначають пружні й дисипативні характеристики елементів конструкції. Таким чином, повний факторний простір набуває вигляду $X = \{F(t), T, H, P, E\}$, де E характеризує електромагнітне середовище. При цьому педагогічно важливим є не сам факт переліку, а встановлення ієрархії впливу факторів і вибір рівня деталізації, адекватного меті моделювання.

Математична модель надійності як сполучна ланка. Третій змістовий модуль займає особливе місце в структурі курсу: саме тут студент вперше спостерігає, як фактори середовища «входять» безпосередньо в показник якості функціонування апаратури – ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$. Математична модель надійності за умови комбінованої дії факторів записується у вигляді:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 \alpha_T \alpha_H \alpha_V t}, \quad (2)$$

де λ_0 – базова інтенсивність відмов за нормальних умов; α_T, α_H, α_V – безрозмірні коефіцієнти деградації, що залежать відповідно від температури, вологості та вібраційного прискорення та визначаються нормативними залежностями (зокрема, відповідно до чинних вітчизняних та міжнародних стандартів надійності радіоелектронної апаратури). Коефіцієнт α_V є кількісною мірою того, наскільки вібраційний вплив «прискорює» деградацію елементів, і встановлює прямий зв'язок між характеристиками механічної моделі системи амортизації та показником надійності. Саме цей зв'язок виступає педагогічним «мостом» між модулями 3 та 4.

Статична математична модель системи амортизації. Четвертий змістовий модуль переходить до механічної поведінки системи в статичному наближенні. Задача раціонального монтажу амортизаторів зводиться до умови збігу центра жорсткості системи амортизації з центром мас підресореного об'єкта. Якщо n амортизаторів розташовані в одній горизонтальній площині та мають однакові жорсткості c_u у вертикальному напрямку, то умова відсутності перекосів формулюється у вигляді

$$\sum \delta \cdot c_u = \delta \cdot \sum c_u = G,$$

де G – маса виробу.

Така задача є для студентів першим конкретним прикладом математичної формалізації умови «оптимальності конструкції» не як абстрактної задачі мінімізації функції, а як вимоги балансу між геометрією монтажу та масово-інерційними характеристиками об'єкта.

Динамічна математична модель та аналіз ефективності ізоляції. П'ятий змістовий модуль є математично найбільш насиченим та методично центральним. Рух підресореного об'єкта на пружних опорах у вертикальному напрямку описується диференціальним рівнянням другого порядку [12]:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t), \quad (4)$$

де m – маса підресореного об'єкта; c – еквівалентний коефіцієнт демпфування системи амортизаторів; k – еквівалентна жорсткість у відповідному напрямку; $F(t)$ – сила зовнішнього збурення.

Перехід від рівняння (4) до аналізу характеристик системи розпочинається з визначення власної (резонансної) частоти незбуреної системи:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{5}$$

Параметр (5) є фундаментальним та визначає «налаштування» системи захисту відносно спектру зовнішніх збурень. Зауважимо, що педагогічно значущим в даному випадку є те, що ω_0 однозначно зв'язаний з параметрами конструкції (k та m), якими проектувальник може керувати, та, таким чином, аналітичний результат безпосередньо транслюється у конструктивне рішення.

Центральною характеристикою системи захисту є коефіцієнт передачі коливань, що визначає відношення амплітуди коливань об'єкта до амплітуди вхідного збурення. У загальному випадку з в'язким демпфуванням:

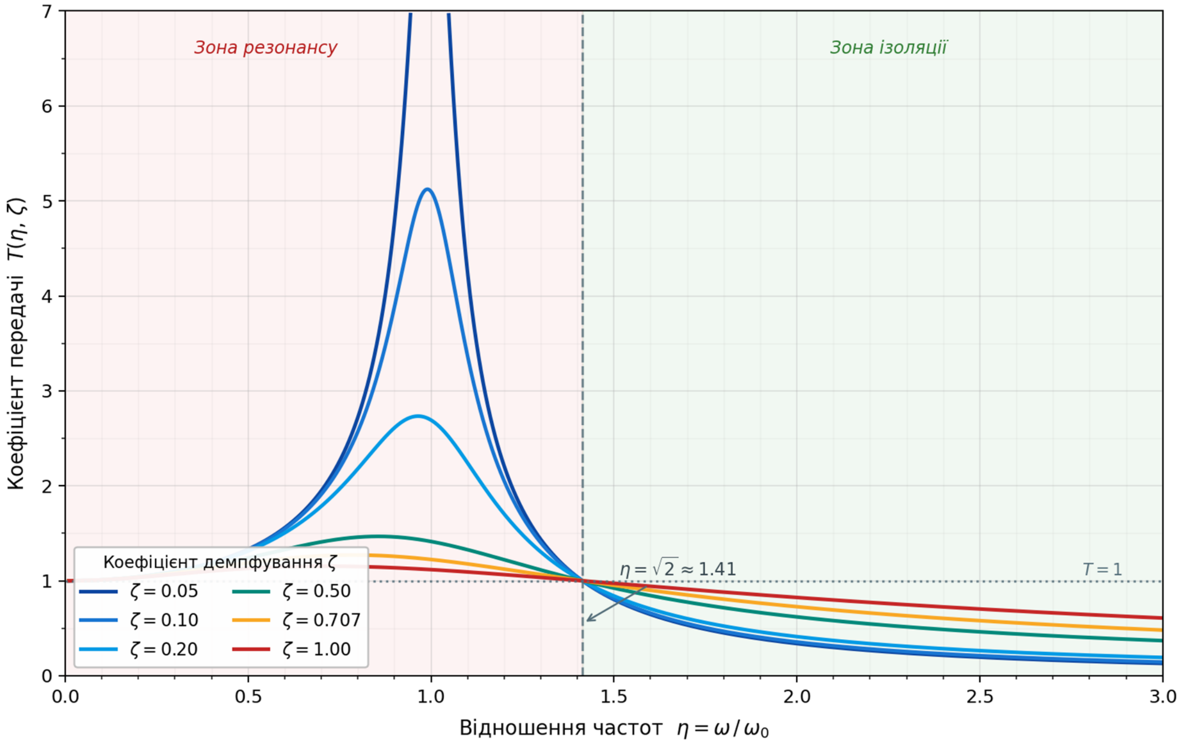
$$T(\eta, \zeta) = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\eta)^2}{(1 - \eta^2)^2 + (2\zeta\eta)^2}}, \tag{6}$$

де $\eta = \omega/\omega_0$ – відношення частоти збурення до власної частоти; $\zeta = c/(2\sqrt{km})$ – відносний коефіцієнт в'язкого демпфування.

Аналіз функції (6) наведено на рис. 1, де видно, що при $\eta > \sqrt{2} \approx 1{,}41$ значення $T(\eta, \zeta) < 1$ незалежно від рівня демпфування (значення $\eta = \sqrt{2}$ та $T = 1$ позначено штриховими лініями), тобто система починає ефективно захищати об'єкт від збурень лише тоді, коли власна частота системи амортизації є суттєво нижчою за частоту збурення. При цьому, і це є одним з найбільш «неінтуїтивних» висновків для студентів, збільшення демпфування в цій зоні погіршує ізоляцію.

Рисунок 1

Залежність коефіцієнта передачі коливань T від відношення частот η при різних значеннях відносного демпфування ζ (побудовано за (6))



Джерело: власна розробка авторів

Така «неінтуїтивна» поведінка системи є надзвичайно цінним педагогічним моментом: математичний аналіз моделі виявляє закономірність, яку неможливо угледіти без формальних засобів, та яка має безпосереднє конструктивне значення. Студенти, які самостійно прийшли до цього висновку, як правило, демонструють якісний стрибок в осмисленні ролі математики в інженерному проектуванні.

Алгоритм синтезу та верифікація моделі. Завершальний етап курсу – алгоритмізація синтезу параметрів системи – є педагогічним «тестом на розуміння»: студент, який не засвоїв логіку попередніх етапів, не здатен правильно сформулювати задачу синтезу. Алгоритм включає: задання вимог до ефективності захисту ($T \leq T_{max}$ для заданого спектру збурень);

розрахунок необхідної власної частоти ω_0 та жорсткості $k = m\omega_0{}^2$; перевірку виконання статичних умов монтажу (3); верифікацію моделі шляхом порівняння розрахункових значень T з нормованими. Блок-схему повного алгоритму наведено на рис. 2, де прямокутниками із заокругленими кутами позначено операційні блоки, ромбами – блоки прийняття рішень; стрілки зворотного зв'язку відображають ітеративний характер процесу синтезу.

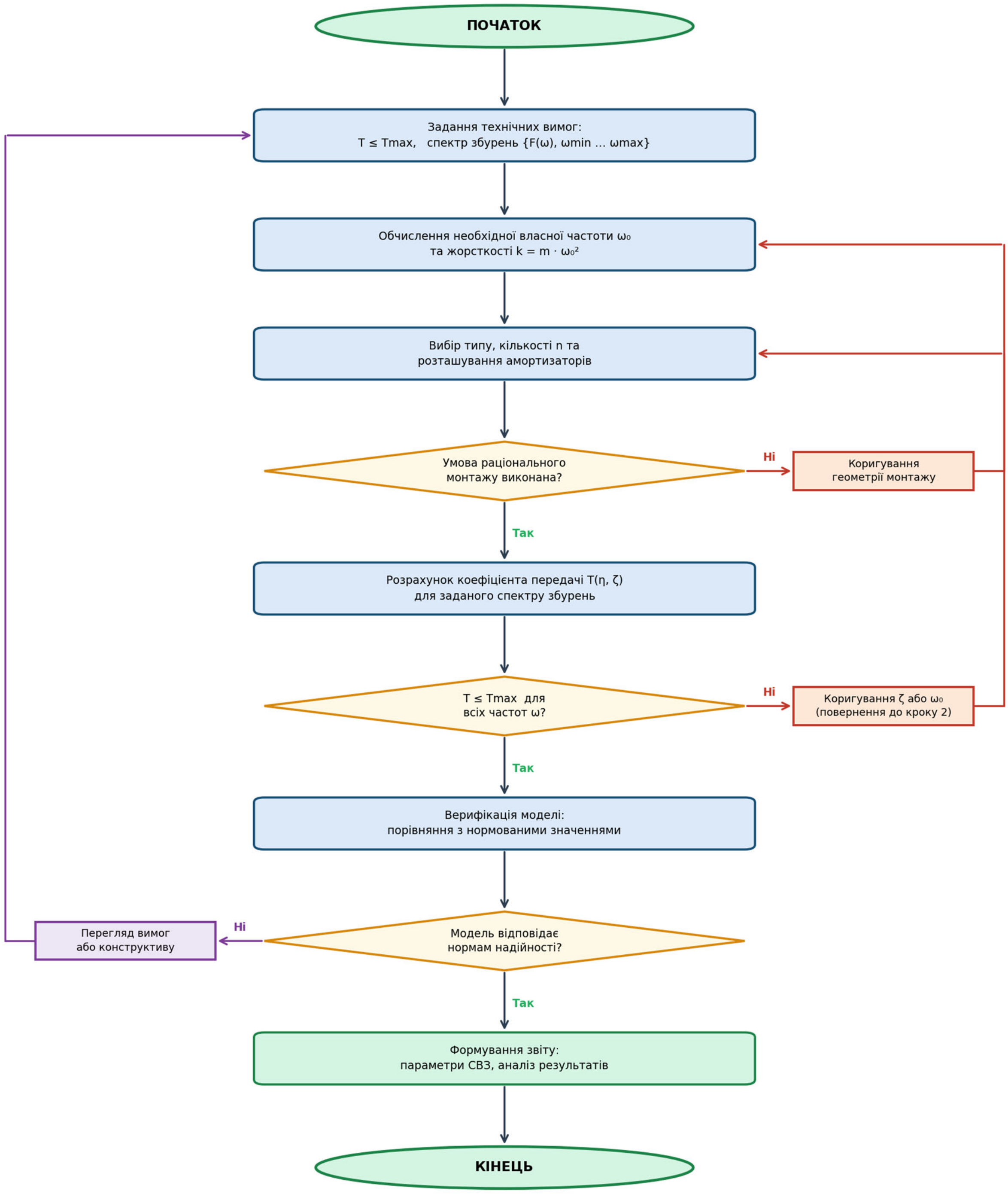
Методично важливо підкреслити, що верифікація виконується не лише в «щасливому» випадку, але й за умови невиконання вимог: тоді студент повертається на відповідний крок алгоритму і переглядає проектні параметри. Така структура відтворює реальний інженерний цикл «аналіз-синтез-верифікація-корекція» та формує стійку звичку до ітеративного підходу в моделюванні.

Методичні спостереження та педагогічна ефективність. Аналіз результатів виконання студентами індивідуальних завдань та захистів практичних робіт дозволяє сформулювати кілька методичних спостережень. Студенти, які успішно завершили курс, демонструють не лише здатність відтворювати конкретні алгоритми, а й здатність самостійно сформулювати задачу моделювання для нового об'єкта. Вони можуть пояснити, чому для заданих умов ізоляції відношення η повинно перевищувати $\sqrt{2}$, та що це означає з точки зору конструктивного рішення, тобто виявляють саме «компетентність моделювання» [13-15].

Разом з цим, аналіз типових помилок виявив ряд концептуальних труднощів. Найбільш поширена – нерозуміння різниці між «аналізом» та «синтезом»: студенти схильні тлумачити синтез як «розв'язання оберненої задачі аналізу», тоді як насправді синтез передбачає вибір із множини допустимих рішень того, яке є оптимальним за певним критерієм. Усунення цієї помилки вимагає явного акцентування на відмінності двох типів задач на початкових заняттях курсу та повторного повернення до цієї теми під час розгляду алгоритму синтезу.

Рисунок 2

Блок-схема алгоритму синтезу параметрів системи віброударозахисту РЕА



Джерело: власна розробка авторів

Другою типовою трудністю є надмірне довіряння числовим результатам без критичного осмислення їхньої фізичної інтерпретації. Контрприкладом, що добре «лікує» цю тенденцію, слугує саме аналіз функції $T(\eta, \zeta)$: формально підставляючи значення параметрів, студент може отримати $T > 1$ при «правильному», здавалося б, демпфуванні, та лише повернення до фізичного змісту дозволяє зрозуміти, що система налаштована у неефективній зоні ($\eta < \sqrt{2}$). Такі «навчальні пастки» є невід'ємним елементом методичного дизайну курсу.

Висновки. Запропонована методична концепція курсу «Математичне моделювання багатофакторних процесів» реалізує принцип наскрізного прикладного об'єкта, відповідно до якого система захисту радіоелектронної апаратури від вібраційних та ударних навантажень виступає єдиним предметним контекстом для всіх змістових модулів. Проведений аналіз засвідчує, що така структура формує педагогічно зв'язну «нитку» від ідентифікації факторного простору до алгоритму синтезу й верифікації моделі, дозволяючи студентам сприймати кожен новий математичний інструмент не ізольовано, а як крок у розв'язанні конкретної прикладної задачі. Математичний апарат курсу утворює ланцюг взаємопов'язаних моделей, кожна з яких вирішує своє завдання та разом забезпечує повний опис поведінки об'єкта в реальних умовах експлуатації. Виявлені типові труднощі студентів вказують на напрями доопрацювання методичного дизайну.

Список використаних джерел

1. Cevikbas M., Kaiser G., Schukajlow S. A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering.

Educational Studies in Mathematics. 2022. Vol. 109, No. 2. P. 205–236. DOI: 10.1007/s10649-021-10104-6.

2. Greefrath G., Siller H.-S., Klock H., Wess R. Pre-service secondary teachers' pedagogical content knowledge for the teaching of mathematical modelling. Educational Studies in Mathematics. 2022. Vol. 109, No. 2. P. 383–407. DOI: 10.1007/s10649-021-10038-z.
3. Cevikbas M., Greefrath G., Siller H.-S. Advantages and challenges of using digital technologies in mathematical modelling education – a descriptive systematic literature review. Frontiers in Education. 2023. Vol. 8. Art. 1142556. DOI: 10.3389/feduc.2023.1142556
4. Greefrath G., Siller H.-S., Vorhölter K., Kaiser G. Mathematical modelling and discrete mathematics: opportunities for modern mathematics teaching. ZDM – Mathematics Education. 2022. Vol. 54, No. 4. P. 865–879. DOI: 10.1007/s11858-022-01339-5
5. Schukajlow S., Rakoczy K., Pekrun R. Emotions and motivation in mathematics education: where we are today and where we need to go. ZDM – Mathematics Education. 2023. Vol. 55, No. 2. P. 249–267. DOI: 10.1007/s11858-022-01463-2.
6. Luczak R., Erwin R. Mathematical modeling: a study of multidisciplinary benefits in the math classroom. Teaching Mathematics and its Applications. 2023. Vol. 42, No. 4. P. 325–342. DOI: 10.1093/teamat/hrac021.
7. Cohen-Nissan O., Kohen Z. Secondary school students' competencies and motivation to engage in mathematical modelling tasks in a virtual learning environment. Frontiers in Education. 2023. Vol. 8. Art. 1140364. DOI: 10.3389/feduc.2023.1140364.
8. Siller H.-S., Elschenbroich H.-J., Greefrath G., Vorhölter K. Mathematical modelling of exponential growth as a rich learning environment for

mathematics classrooms. ZDM – Mathematics Education. 2023. Vol. 55, No. 1. P. 17–33. DOI: 10.1007/s11858-022-01433-8.

9. Wickramasinghe I., Appiah E. Impact of project-based learning in teaching probability and statistics. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 2026. Vol. 57, No. 1. P. 135–152. DOI: 10.1080/0020739X.2024.2438374.
10. Spooner K., Nomani J., Cook S. Improving high school students' perceptions of mathematics through a mathematical modelling course. Teaching Mathematics and its Applications. 2024. Vol. 43, No. 1. P. 38–50. DOI: 10.1093/teamat/hrad001.
11. Cevikbas M., Kaiser G., Schukajlow S. Trends in mathematics education and insights from a meta-review and bibliometric analysis of review studies. ZDM – Mathematics Education. 2024. Vol. 56. P. 165–188. DOI: 10.1007/s11858-024-01587-7.
12. Den Hartog J. P. Mechanical Vibrations (4th ed.). New York: Dover Publications. 1985. 436 p.
13. Kaiser G., Sriraman B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. ZDM – The International Journal on Mathematics Education. 2006. Vol. 38, No. 3. P. 302–310. DOI: 10.1007/BF02652813.
14. Blum W., Galbraith P. L., Henn H.-W., Niss M. Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study. New York: Springer. 2007. 558 p. DOI: 10.1007/978-0-387-29822-1.
15. Lesh R., Doerr H. M. Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching. New York: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. 2003. 607 p. DOI: 10.4324/9781410607713.