



## ТЕОРІЯ ТА МЕТОДИКА ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ

УДК 378.147:[373.5.011.3-051:51]:159.955-021.412.1:004.8

DOI <https://doi.org/10.5281/zenodo.15095182>

### Критичне мислення майбутніх учителів математики у взаємодії зі штучним інтелектом при розв'язуванні математичних задач

#### Чкана Ярослав Олегович

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики, фізики та методик їх навчання, Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, м. Суми, Україна, [chkana\\_76@ukr.net](mailto:chkana_76@ukr.net), <https://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

#### Мартиненко Олена Вікторівна

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики, фізики та методик їх навчання, Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, м.Суми, Україна, [elenamartova21@gmail.com](mailto:elenamartova21@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-8287-0573>

#### Герасименко Владислав Олександрович

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна, [vladzaoch@ukr.net](mailto:vladzaoch@ukr.net), <https://orcid.org/0000-0001-5875-8517>

**Прийнято: 12.02.2025 | Опубліковано: 28.02.2025**

*Анотація.* В умовах цифровізації освіти особлива увага приділяється визначенню ролі інтерактивних ІІІ-інструментів у формуванні аналітичних навичок студентів та їхнього вміння критично оцінювати отримані



результати. Мета дослідження полягає у виявленні особливостей активізації критичного мислення майбутніх учителів математики у процесі взаємодії з чат-ботом Mathos AI при розв'язуванні математичних задач. Методи дослідження охоплюють анкетування студентів, аналіз наукових джерел та експериментальне використання чат-бота Mathos AI. Проведене опитування дозволило оцінити особливості застосування штучного інтелекту студентами для освітніх потреб, рівень їхньої довіри до отриманих результатів та вплив цифрових інструментів на процес осмислення навчального матеріалу. Здійснено аналіз взаємодії студентів з чат-ботом Mathos AI під час розв'язування математичних задач із різним рівнем залучення критичного мислення. Результати дослідження засвідчили, що 97,6% опитуваних студентів активно використовують ШІ-інструменти для пошуку розв'язків математичних задач, застосовуючи їх як засіб для отримання відповідей, перевірки правильності та коректності розв'язків, уточнення проміжних результатів. Однак рівень їхньої аналітичної взаємодії зі штучним інтелектом суттєво варіюється: від глибокого критичного аналізу до механічного сприйняття отриманих відповідей без додаткової перевірки. Дослідження також виявило, що застосування Mathos AI як інструмента підтримки у процесі розв'язування математичних задач є ефективним лише за умови активного залучення процедур критичного мислення. Студентам необхідно не тільки вибрати відповідний метод розв'язання, а й оцінити його доцільність, перевірити обґрунтованість кожного етапу та критично проаналізувати правильність кінцевого результату. Висновки підтверджують, що інтеграція ШІ в освітній процес відкриває нові можливості для розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики. Для ефективного навчання необхідно формувати культуру усвідомленого використання штучного інтелекту, що передбачає корекції педагогічних підходів та поєднання традиційних методів з інноваційними технологічними рішеннями.



*Ключові слова: критичне мислення, штучний інтелект, математичні задачі, Mathos AI, майбутні вчителі математики, цифрова освіта.*

## **Critical thinking of future mathematics teachers in interaction with artificial intelligence when solving mathematical problems**

### **Chkana Yaroslav**

Candidate of Pedagogical Sciences, Associated Professor at the Department of Mathematics, Physics and their teaching methods, Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko, Sumy, Ukraine, [chkana\\_76@ukr.net](mailto:chkana_76@ukr.net), <https://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

### **Martynenko Olena**

Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associated Professor at the Department of Mathematics, Physics and their teaching methods, Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko, Sumy, Ukraine, [elenamartova21@gmail.com](mailto:elenamartova21@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-8287-0573>

### **Gerasimenko Vladislav**

Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associated Professor at the Department of Higher Mathematics Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine, [vladzaoch@ukr.net](mailto:vladzaoch@ukr.net), <https://orcid.org/0000-0001-5875-8517>

***Abstract.** In the context of the digitalization of education, special attention is given to identifying the role of interactive AI tools in developing students' analytical skills and their ability to critically evaluate obtained results. The aim of this study is to identify the features of activating critical thinking among future mathematics teachers in the process of interacting with the Mathos AI chatbot while solving mathematical problems. The research methods include student surveys, analysis of scientific sources,*



*and experimental use of the Mathos AI chatbot. The conducted survey allowed for an assessment of the peculiarities of students' use of artificial intelligence for educational purposes, their level of trust in the obtained results, and the impact of digital tools on the comprehension of learning material. The study also analyzed students' interaction with the Mathos AI chatbot while solving mathematical problems with different levels of critical thinking engagement. The study results showed that 97.6% of surveyed students actively use AI tools to find solutions to mathematical problems, employing them as a means for obtaining answers, verifying the correctness of solutions, and refining intermediate results. However, the level of their analytical interaction with artificial intelligence varies significantly, ranging from deep critical analysis to mechanical acceptance of obtained answers without additional verification. The research also revealed that using Mathos AI as a support tool in solving mathematical problems is effective only when critical thinking procedures are actively engaged. Students need not only to select an appropriate solution method but also to assess its relevance, verify the validity of each step, and critically analyze the correctness of the final result. The conclusions confirm that integrating AI into the educational process opens new opportunities for developing critical thinking among future mathematics teachers. For effective learning, it is necessary to cultivate a culture of conscious AI usage, which involves adjusting pedagogical approaches and combining traditional methods with innovative technological solutions.*

**Keywords:** *critical thinking, artificial intelligence, mathematical problems, Mathos AI, future mathematics teachers, digital education.*

**Постановка проблеми.** Дослідження критичного мислення є вкрай важливим в умовах технологічного розвитку суспільства та трансформаційних змін в освіті: глобалізація та цифровізація розширили можливості доступу до знань, виходячи за межі традиційної освіти. Це водночас спричинило зростання ризику поверхневого сприйняття інформації та формування помилкових уявлень через її некритичне засвоєння. Критичне мислення, як ключовий інструмент для



усвідомленого та ефективного аналізу інформаційних потоків, виступає не просто когнітивною навичкою, а багатовимірним феноменом, що охоплює аспекти логіки, філософії, психології та педагогіки.

Значущість критичного мислення підтверджується його роллю у формуванні компетенцій майбутнього. За даними Всесвітнього економічного форуму, критичне мислення є однією з трьох ключових навичок, необхідних для успішної кар'єри у XXI столітті, поряд із вмінням вирішувати складні проблеми та креативністю. Розвиток критичного мислення є однією з пріоритетних цілей сучасної освіти, зокрема, в підготовці майбутніх учителів математики [1; 2]. Згідно з Концепцією розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти), затвердженій Міністерством освіти і науки України, критичне мислення є важливим чинником формування інноваційного мислення учнів і підготовки майбутніх фахівців, здатних генерувати нові ідеї й ухвалювати зважені та обґрунтовані рішення в будь-яких умовах.

Штучний інтелект (ШІ) є однією з найбільш трансформуючих технологій сучасності, що охоплює майже всі сфери суспільного життя [3]. Його використання змінює підходи до обробки інформації, прийняття рішень та оптимізації процесів, що вимагає від фахівців не лише знань, а й здатності критично аналізувати та оцінювати результати, які генерує ШІ [4]. Відтак уміння взаємодіяти з інтелектуальними системами, усвідомлювати їхні можливості та обмеження, а також визначати завдання, які вони можуть виконувати найефективніше, стає невід'ємною складовою професійної компетентності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** За даними статистичного дослідження, проведеного співзасновником WifiTalents, близько 97% студентів вищих навчальних закладів активно застосовують інструменти на основі штучного інтелекту для покращення власного навчання, 54% студентів виявляють вищу залученість до навчальних курсів, якщо штучний інтелект є складовою освітнього процесу [5].



В умовах інтеграції ШІ в освітній процес змін зазнає і викладання математичних дисциплін, що відкриває унікальні можливості для формування критичного мислення студентів, необхідного для продуктивної взаємодії зі штучним інтелектом. Це зумовлює пошук методів навчання з активним залученням цифрового інтелекту як засобу розв'язання задач, моделювання процесів та візуалізації складних математичних структур.

Необхідність переосмислення педагогічних підходів у зв'язку з інтеграцією штучного інтелекту в освітній процес відзначили автори статті [6]. Вони показали, що використання ШІ відкриває значні можливості для навчання, а його ефективність може бути представлена через такі ключові функції як автоматизація, інтеграція, акліматизація, розмежування та ідентифікація. Дослідження, наведені в роботі [7], підтверджують, що використання штучного інтелекту в навчанні математики сприяє розвитку критичного мислення та відповідальності студентів у процесі розв'язання повсякденних завдань, а також глибшому розумінню основних питань математики. Огляд статей з даної тематики, здійснений авторами, дозволив виділити їм основні напрямки використання ШІ у навчанні математики, зокрема, робототехнічні технології, програмні системи, цифрові інструменти, адаптивні навчальні програми, автономні системи та інтегрований підхід.

Різні аспекти складного зв'язку між технологіями ШІ та навичками критичного мислення, зокрема педагогічні, висвітлені в роботі [8]. Її автори наголошують на важливості комплексного підходу до розвитку критичного мислення.

Доцільність упровадження штучного інтелекту в освітній процес і використання його як засобу розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики показана у [9; 10]. В цих роботах ChatGPT розглядається як ефективний інструмент для моделювання педагогічної взаємодії та цифрова платформа для генерації студентських відповідей.

Попри значну увагу до інтеграції штучного інтелекту в освіту, досліджень, що висвітлюють його роль у розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики, наразі небагато. З огляду на це особливий інтерес викликає питання про те, як технології ШІ можуть сприяти формуванню навичок критичного мислення у процесі розв'язування математичних задач.

Математик Пол Халмос зазначав, що «серцем математики» є розв'язування задач, оскільки цей процес вимагає застосування логічного мислення, аналізу інформації, висунення гіпотез, розробки стратегії розв'язання та перевірки правильності отриманих результатів. Усе це, своєю чергою, створює основу для розвитку критичного мислення [11].

Важливо розуміти, що при розв'язуванні математичних задач критичне мислення формується не стільки через отримання відповідей, скільки через процес усвідомленого аналізу та оцінки розв'язку [12]. Залучення систем штучного інтелекту може сприяти цьому процесу, якщо вони не замінюють власні когнітивні зусилля студентів, а допомагають їм формулювати нові запитання та перевіряти гіпотези. Освітнє середовище має сприяти не механічному застосуванню ШІ, а розвитку навичок критичного аналізу отриманих результатів, виявленню помилок і обґрунтуванню висновків [13].

**Виділення невіршених раніше частин загальної проблеми.** Хоча інтеграція штучного інтелекту в освітній процес є предметом активного обговорення науковою спільнотою, взаємозв'язок між його застосуванням і формуванням критичного мислення майбутніх учителів математики все ще недостатньо досліджений. Зокрема, подальшого вивчення потребують механізми залученості критичного мислення студентів у процесі використання ШІ-чат-ботів для розв'язування математичних задач різних типів та визначення умов, за яких штучний інтелект може стати ефективним інструментом його розвитку.

**Метою** цієї статті є виявлення особливостей активізації критичного мислення майбутніх учителів математики у процесі взаємодії з чат-ботом Mathos AI при розв'язуванні математичних задач.



**Виклад основного матеріалу дослідження.** Досвід роботи зі студентами під час виконання контрольних, індивідуальних завдань та проведення іспитів демонструє, що доступ до ШІ-систем може впливати на якість їх результатів по-різному. З одного боку, інструменти штучного інтелекту допомагають швидше знаходити відповіді, що підвищує ефективність навчального процесу [14], а з іншого боку, якщо студенти сприймають ШІ як абсолютний авторитет і не аналізують його міркування, це може призвести до зниження їх рівня критичного осмислення матеріалу.

Для виявлення взаємозв'язку між ступенем сформованості критичного мислення студентів і їхнім підходом до застосування штучного інтелекту при розв'язуванні математичних задач було проведене опитування серед майбутніх учителів математики Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка. В цьому опитуванні взяло участь 42 респонденти, студенти 1-4 курсів. Запропонована анкета дозволяла оцінити, як студенти використовують ШІ-інструменти для розв'язування математичних задач, чи перевіряють вони достовірність отриманих розв'язків, чи застосовують штучний інтелект для глибшого осмислення матеріалу, а також які саме платформи ШІ є для них найбільш зручними та ефективними.

Результати опитування свідчать про активне використання штучного інтелекту під час розв'язування математичних задач: 97,6% респондентів регулярно або епізодично звертаються до ШІ-інструментів і лише один студент зазначив, що взагалі не застосовує такі технології. Найбільш популярними платформами серед респондентів виявилися ChatGPT (40 відповідей), Photomath (36 відповідей) та Mathos AI (24 відповіді). Це вказує на те, що студенти орієнтовані на інструменти, які забезпечують швидкий доступ до розв'язків та пояснень.

Щодо перевірки правильності та коректності отриманих від ШІ відповідей, то 25 студентів (59,5%) зазначили, що здійснюють логічний аналіз та порівнюють ці результати з результатами з альтернативних джерел, оцінюють



відповідність розв'язку змісту задачі. Зазначимо, що 8 респондентів (19%) застосовують формальний контроль, перевіряючи лише числові значення та підставляючи їх у вихідні математичні співвідношення, водночас 6 осіб (14,3%) орієнтуються на правдоподібність відповіді без глибокого аналізу, іноді перевіряючи правильність деяких обчислень. Повністю довіряють отриманим результатам лише 3 студенти (7,2%). Отже, хоча значна частина майбутніх учителів усвідомлює необхідність перевірки відповідей, все ще є певна частка тих, хто орієнтований лише на формальні аспекти або взагалі беззастережно покладається на ШІ.

Відповідаючи на питання щодо формулювання додаткових запитань до ШІ для осмислення проміжних результатів і виявлення можливих помилок, 17 студентів (40,5%) зазначили, що активно уточнюють відповіді та аналізують проміжні кроки. Якщо відповідь викликає сумніви або здається недостатньо зрозумілою, до таких уточнень звертаються 14 респондентів (33,3%). Водночас 11 студентів (26,2%) зізналися, що використовують ШІ виключно для отримання кінцевого результату без аналізу проміжних етапів. Дані результати демонструють, що значна частина студентів прагне осмисленої взаємодії з ШІ, однак є й такі, що сприймають отримані відповіді без їх критичного аналізу.

Результати опитування щодо зміни стратегії розв'язування задачі під впливом аналізу відповідей ШІ засвідчили, що 16 студентів (38,1%) активно переглядають власні підходи та експериментують із новими методами. Ще 19 респондентів (45,2%) готові частково змінити свою стратегію, проте лише у випадку, якщо штучний інтелект пропонує більш ефективний спосіб розв'язання. Водночас 7 студентів (16,7%) дотримуються традиційних методів і не коригують власних рішень, незалежно від отриманих результатів. Такий розподіл відповідей вказує на те, що значна частина майбутніх учителів математики демонструє гнучкість мислення та відкритість до альтернативних підходів, що є ключовим чинником розвитку критичного мислення.

Важливим аспектом дослідження стало оцінювання студентами впливу штучного інтелекту на розвиток їхнього критичного мислення, де респонденти могли обирати кілька варіантів відповідей. Найбільша кількість студентів (27 або 64%) зазначила, що використання ІІІ сприяє розвитку їхніх аналітичних навичок і логічного осмислення, а 21 студент (50%) вважають, що ІІІ допомагає їм виявляти помилки у власних міркуваннях. Це підтверджує потенціал штучного інтелекту як інструменту для самоперевірки та підвищення рівня математичної грамотності. Однак, 13 респондентів (31%) висловили думку, що ІІІ робить процес розв'язування задачі більш механічним, а 9 студентів (21%) вказали, що застосування ІІІ зменшує потребу в самостійному аналізі.

Результати проведеного опитування підтвердили дані дослідження [15], в якому показано, що серед різних платформ штучного інтелекту студенти найбільш активно використовують чат-боти. Нашу увагу привернув чат-бот Mathos AI, оскільки респонденти відзначили його як один із досить ефективних інструментів для автоматизації обчислень та отримання пояснень при розв'язуванні математичних задач. Водночас аналіз наукових джерел свідчить про те, що можливості цієї платформи ще недостатньо досліджені в педагогічній літературі, зокрема щодо її потенціалу для розвитку критичного мислення студентів у контексті дослідження.

Mathos AI (раніше MathGPTPro) — це розширений чат-бот зі штучним інтелектом, побудований на основі найсучасніших мовних моделей і спеціалізованих математичних механізмів. Він охоплює широкий спектр дисциплін: від базової арифметики до вищої математики, включаючи фізику, хімію та інженерні науки. Mathos AI дозволяє не лише швидко розв'язувати математичні задачі, але й надавати користувачам детальні пояснення та покрокові інструкції розв'язання. Інтерактивний підхід дозволяє завантажувати навчальні матеріали за допомогою текстового або фото-вводу та у вигляді PDF-файлів, що робить чат-бот універсальним інструментом для розв'язування академічних завдань і виконання обчислень. Однією з ключових особливостей

Mathos AI є його здатність адаптуватися до стилю навчання користувача та створювати персоналізовані плани навчання. Завдяки цьому MathGPT Pro можна вважати повноцінним цифровим репетитором, який допомагає користувачам глибше зрозуміти логіку математичних операцій. Він доступний як на веб-платформі, так і у вигляді мобільних додатків для Android та iOS.

У межах нашого дослідження було здійснено всебічний аналіз ефективності використання чат-бота Mathos AI для розв'язування математичних задач, а також визначено ступінь активізації критичного мислення під час взаємодії з ним.

Перший етап полягав у тестуванні функціоналу штучного інтелекту Mathos AI щодо здатності розв'язувати задачі різного типу відповідно до рівня задіяності критичного мислення: репродуктивні, реактивні, продуктивні і креативні [16].

Відповідно до процедур критичного мислення [16] при розв'язуванні великої кількості репродуктивних задач чат-бот правильно ідентифікував їх ключові елементи (дані та шукані величини), визначав необхідні кроки для розв'язання, обирав найбільш доцільний на його думку метод розв'язання та обґрунтовував коректність проміжних результатів. Зокрема, під час обчислення невизначеного інтеграла  $\int \sqrt{9-x^2} dx$  чат-бот застосував метод тригонометричної підстановки і показав правильний результат. Втім, у відповідь на запит щодо іншого методу ним був запропонований геометричний підхід, який є некоректним для невизначеного інтегралу. Це пояснюється тим, що формула площі сектора кола застосовується для обчислення визначеного інтеграла, що впливає з його геометричної інтерпретації (рис. 1). Зауважимо, що чат-бот повністю виконав розв'язання задачі цим методом і отримав неправильну відповідь. Аналіз ситуації показує, що критичне мислення є визначальним фактором при використанні штучного інтелекту для розв'язування задач, оскільки воно включає не лише перевірку обчислень і кінцевого результату, а й оцінку змістовної відповідності вибраного методу умовам задачі.

## Рисунок 1

*Пропозиція чат-боту використати геометричний підхід, некоректний в умовах задачі*



Звичайно, розглянемо інший метод для обчислення інтегралу:

$$\int \sqrt{9 - x^2} dx$$

Цей інтеграл можна обчислити за допомогою геометричного підходу, використовуючи формулу площі сектора кола. Розглянемо коло радіуса 3 з рівнянням  $x^2 + y^2 = 9$ . Інтеграл  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$  представляє площу під кривою  $y = \sqrt{9 - x^2}$ , яка є верхньою половиною кола.

1 \*\*Параметризація кола\*\*

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

Прикладом реактивної задачі для розв'язування чат-ботом Mathos AI ми обрали рівняння  $\sin 6x + \cos \frac{12x}{5} = -2$ . Чат-бот ідентифікував специфіку задачі і запропонував метод розв'язання, враховуючи властивості тригонометричних функцій. При розв'язуванні задачі його міркування були структуровані та супроводжувались поясненням проміжних кроків (рис. 2). Проте кінцевий результат виявився неправильним.

## Рисунок 2

*Результат розв'язування реактивної задачі чат-ботом*



Розглянемо рівняння  $\sin 6x + \cos \frac{12x}{5} = -2$ .

1. \*\*Аналіз лівої частини рівняння.\*\*  
Ліва частина рівняння складається з суми синуса і косинуса. Відомо, що значення  $\sin$  і  $\cos$  функцій знаходяться в межах від -1 до 1:

$$-1 \leq \sin 6x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \frac{12x}{5} \leq 1$$

2. \*\*Максимально можливе значення суми.\*\*  
Максимально можливе значення суми  $\sin 6x + \cos \frac{12x}{5}$  буде:

$$-1 + (-1) = -2$$

3. \*\*Висновок\*\*  
Для того, щоб  $\sin 6x + \cos \frac{12x}{5} = -2$ , обидві функції повинні одночасно досягати своїх мінімальних значень, тобто:

$$\sin 6x = -1 \quad \text{і} \quad \cos \frac{12x}{5} = -1$$

4. \*\*Знайдемо значення  $x$ .

$$\sin 6x = -1 \Rightarrow 6x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{3\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}$$

де  $k$  — будь-яке ціле число.

$$\cos \frac{12x}{5} = -1 \Rightarrow \frac{12x}{5} = \pi + 2m\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + \frac{5m\pi}{6}$$

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

При вказівці на помилку чат-бот здійснив переоцінку власних дій та намагався перевірити правильність обчислень, застосовуючи альтернативні методи. Однак навіть після декількох виправлень окремих неточностей (у додаванні дробів, у знаходженні спільного періоду) правильного розв'язку отримано не було (рис.3).

### Рисунок 3

#### Виявлені помилки при розв'язуванні чат-ботом реактивних задач

5. \*\*Знайдемо спільні значення  $x$ .

Для того, щоб обидві умови виконувалися одночасно, знайдемо спільні значення  $x$ :

$$\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} = \frac{5\pi}{12} + \frac{5m\pi}{6}$$

Привіряємо:

$$\frac{3\pi + 4k\pi}{12} = \frac{10\pi + 20m\pi}{12}$$

5. \*\*Знайдемо спільні значення  $x$ .

Для того, щоб обидві умови виконувалися одночасно, знайдемо спільні значення  $x$ :

$$\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} = \frac{5\pi}{12} + \frac{5m\pi}{6}$$

Привіряємо:

$$\frac{3\pi + 4k\pi}{12} = \frac{5\pi + 10m\pi}{12}$$

$$3 + 4k = 5 + 10m$$

$$4k - 10m = 2$$

Це рівняння має цілі розв'язки для  $k$  і  $m$ . Знайдемо їх:

$$2k - 5m = 1$$

Одним з розв'язків є  $k = 2$  і  $m = 1$ .

$$2(2) - 5(1) = 4 - 5 = -1$$

Загальний розв'язок цього рівняння:

$$k = 2 + 5n \quad i \quad m = 1 + 2n$$

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

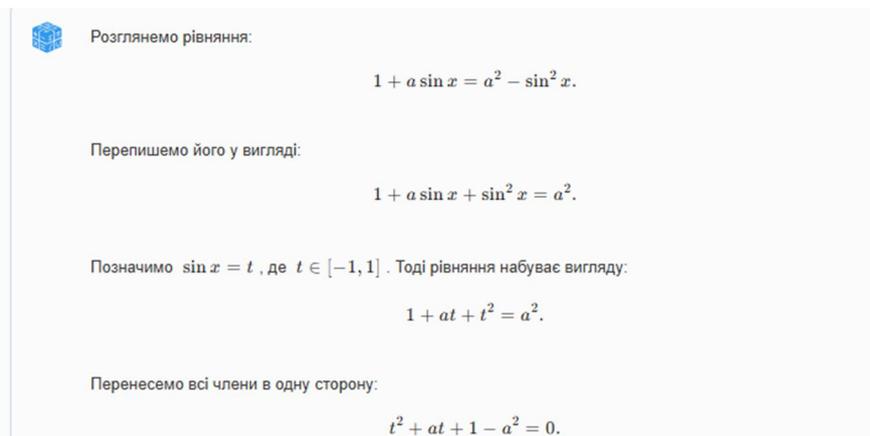
Отже, при розв'язуванні задач реактивного типу було виявлено кілька важливих особливостей функціонування чат-боту: ШІ не завжди здатен самостійно коригувати свої алгоритми дій без зовнішнього втручання; навіть після виявлення помилки в його діях, він може продовжувати виконувати алгоритм некоректно, зациклюватися на помилкових рішеннях, що призводить до

постійного генерування невірних відповідей. При використанні чат-боту ці обмеження штучного інтелекту підкреслюють необхідність залучення критичного мислення студентів для виявлення помилок, аналізу та коригування запропонованих рішень. З іншого боку, окрім технічних умінь ефективної взаємодії з технологіями, студенти мають розвивати когнітивну гнучкість, що сприяє вдосконаленню їхніх навичок критичного мислення.

Для тестування задач продуктивного типу ми обрали завдання на дослідження розв'язків рівняння  $1 + a \sin x = a^2 - \sin^2 x$  в залежності від параметра  $a$ . Чат-бот запропонував метод підстановки  $\sin x = t$  і звів задане рівняння до квадратного, формально вказавши, що  $t \in [-1; 1]$  (рис 4).

#### Рисунок 4

*Результат виконання чат-ботом продуктивної задачі*



Розглянемо рівняння:

$$1 + a \sin x = a^2 - \sin^2 x.$$

Перепишемо його у вигляді:

$$1 + a \sin x + \sin^2 x = a^2.$$

Позначимо  $\sin x = t$ , де  $t \in [-1, 1]$ . Тоді рівняння набуває вигляду:

$$1 + at + t^2 = a^2.$$

Перенесемо всі члени в одну сторону:

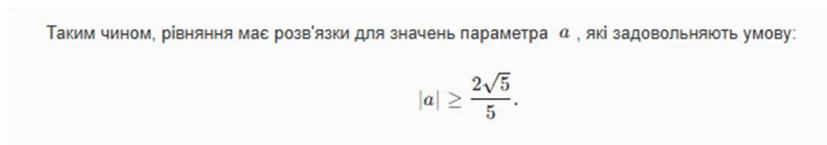
$$t^2 + at + 1 - a^2 = 0.$$

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

При цьому було отримано, що рівняння має розв'язки при таких значеннях параметра  $a$  (рис. 5).

#### Рисунок 5

*Отримана відповідь чат-ботом продуктивної задачі*



Таким чином, рівняння має розв'язки для значень параметра  $a$ , які задовольняють умову:

$$|a| \geq \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

Проте, перевірка показує, що при значенні  $a=10$ , яке задовольняє нерівність  $|a| \geq \frac{2\sqrt{5}}{5}$ , рівняння розв'язків не має, тому чат-боту було запропоновано уточнити отриману оцінку, врахувавши властивості тригонометричних функцій. ШІ правильно вписав необхідні нерівності для параметра, але не розв'язав їх і знову отримав неправильну відповідь (рис.6).

## Рисунок 6

*Реакція чат-боту на пропозицію перевірки результату*

```

### Перевірка обмежень на t
Розглянемо квадратне рівняння:

t^2 + at + 1 - a^2 = 0.

Корені цього рівняння:

t = \frac{-a \pm \sqrt{5a^2 - 4}}{2}.

Для того, щоб ці корені належали інтервалу [-1, 1], необхідно перевірити умови:

-1 \le \frac{-a + \sqrt{5a^2 - 4}}{2} \le 1,

-1 \le \frac{-a - \sqrt{5a^2 - 4}}{2} \le 1.
  
```

### ### Висновок

Рівняння  $1 + a \sin x = a^2 - \sin^2 x$  має розв'язки для значень параметра  $a$ , які задовольняють умову  $|a| \geq \frac{2\sqrt{5}}{5}$ . Графічно це означає, що функції  $f(x) = 1 + a \sin x$  і  $g(x) = a^2 - \sin^2 x$  перетинаються або торкаються в залежності від значення  $a$ .

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

Подальша взаємодія з чат-ботом не призвела до правильного розв'язку. На будь-яке прохання розв'язати нерівності відносно параметра  $a$  і врахувати отримані обмеження, чат-бот не реагував, весь час генеруючи ту саму хибну відповідь.

Дослідження роботи з чат-ботом крізь призму задіяності критичного мислення при розв'язуванні даної задачі показало, що він зміг правильно виділити її ключові елементи та запропонувати доцільний метод розв'язання, усвідомлюючи потенційні виклики. Однак програмі не вдалося гнучко адаптувати алгоритм до конкретних умов задачі, критично оцінити проміжні

результати для виявлення можливих помилок і перевірити коректність кінцевого розв'язку.

Ця ситуація демонструє, що штучний інтелект, незважаючи на свою обчислювальну спроможність, слід використовувати лише як допоміжний інструмент при розв'язуванні математичних задач. Взаємодія з чат-ботом у такому форматі стимулює розвиток аналітичних навичок та критичного мислення студентів, дозволяє їм не лише контролювати правильність виконаних операцій, а й виявляти концептуальні похибки, коригувати підхід залежно від контексту та оцінювати доцільність отриманих висновків.

Для аналізу можливостей чат-боту при розв'язуванні креативних задач нами була запропонована така: обчислити границю

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right).$$

Знайти принаймні дві стратегії розв'язування, оцінити ризики використання кожної з них. Відповідь обґрунтувати.

Mathos AI запропонував п'ять методів розв'язання. Перший запропонований метод ґрунтувався на означенні визначеного інтегралу і дав правильну відповідь, оцінивши ризики використання цієї стратегії. (рис.7).

Інші запропоновані III методи були або некоректними і давали хибну відповідь (рис.), або лише вказували алгоритм без його безпосереднього застосування (рис.8). Спілкування з чат-ботом показало, що він здатний розуміти структуру задачі, виявляти взаємозв'язки математичних понять і генерувати ідеї, які можуть бути потенційними методами розв'язування задачі, оцінювати ризики та переваги кожного підходу. Водночас поза межами його функціональності залишилась перевірка правильності висунутих гіпотез, оцінка ефективності обраного підходу та порівняння отриманих результатів між собою.

Це вказує на те, що застосування чат-бота як інструмента підтримки при розв'язуванні креативних завдань може бути корисним лише за умови активного залучення процедур критичного мислення з боку користувача, коли необхідно не

лише обрати метод розв'язування, а й осмислити його доцільність, перевірити обґрунтованість кожного етапу та оцінити правильність кінцевого результату.

## Рисунок 7

*Запропонована ч*

*ат-ботом стратегія розв'язування креативної задачі*

### Стратегія 1: Використання інтегралів

Оскільки  $\frac{k\pi}{n}$  для  $k = 1, 2, \dots, n-1$  наближається до  $x$  в інтервалі  $[0, \pi]$  при  $n \rightarrow \infty$ , ми можемо розглядати суму як наближення до інтегралу:

$$L \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \approx \int_0^{\pi} \sin(x) \frac{1}{\pi} dx.$$

Тоді:

$$L = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(x) dx.$$

Обчислимо інтеграл:

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx = [-\cos(x)]_0^{\pi} = -\cos(\pi) - (-\cos(0)) = 1 + 1 = 2.$$

Отже,

$$L = \frac{1}{\pi} \cdot 2 = \frac{2}{\pi}.$$

### ### Оцінка ризиків

1. **\*\*Стратегія 1 (Інтегралі)\*\*:**

- **\*\*Переваги\*\*:** Чітка і точна, дозволяє отримати правильний результат.
- **\*\*Недоліки\*\*:** Потребує знання про перехід від суми до інтегралу, що може бути неочевидним для деяких студентів.

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>

## Рисунок 8

*Варіанти хибних стратегій чат-бота розв'язування креативної задачі*

### Стратегія 2: Використання формули Тейлора

Можемо також скористатися розкладом Тейлора для  $\sin(x)$ :

$$\sin(x) \approx x \quad \text{для малих } x.$$

Тоді:

$$\sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \approx \frac{k\pi}{n}.$$

Тоді сума стає:

$$\sum_{k=1}^{n-1} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \approx \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k\pi}{n} = \frac{\pi}{n} \sum_{k=1}^{n-1} k = \frac{\pi}{n} \cdot \frac{(n-1)n}{2} \approx \frac{\pi(n^2)}{2n} = \frac{\pi n}{2}.$$

Тоді:

$$L \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\pi n}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

### Стратегія 4: Використання числових методів

Можна також скористатися числовими методами, обчислюючи значення для великих  $n$  і спостерігаючи за тенденцією. Наприклад, можна обчислити значення  $L$  для  $n = 10, 100, 1000$  і так далі, щоб побачити, до якого значення сходиться сума.

**\*\*Ризики\*\*:** Цей метод не є строгим і може призвести до помилок, якщо не вибрати достатньо велике  $n$ . Також, він не дає аналітичного розв'язку.

Джерело: <https://www.mathgptpro.com>



**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Проведене дослідження підтвердило, що критичне мислення студентів залишається вирішальним фактором у роботі з ШІ, натомість, використання штучного інтелекту стимулює розвиток їх критичного мислення.

Виявлено, що сервіс Mathos AI став вагомим інструментом у процесі розв'язування математичних задач студентами. Проте його можливості у критичній оцінці отриманих результатів є обмеженими, незважаючи на широкий функціонал у виконанні математичних операцій. Підтверджено, що критичний аналіз студентами всіх етапів розв'язування математичної задачі з використанням ШІ корелює з типом задачі відповідно до рівня задіяності критичного мислення.

Зважаючи на те, що використання штучного інтелекту повинно не замінювати, а доповнювати традиційні методи навчання, важливим завданням подальших досліджень у цьому напрямі є створенню адаптивних навчальних середовищ, які ефективно інтегруватимуть у освітній процес штучний інтелект для підтримки та розвитку когнітивних здібностей студентів.

### **Список використаних джерел**

1. Швай О. Л., Антонюк О. П. Розвиток критичного мислення майбутніх вчителів математики: теоретичні засади та практичні аспекти. *Педагогічна Академія: наукові записки*, 2024. Вип. 12. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14268288>
2. Ключко О. Розвиток критичного мислення майбутніх вчителів інформатики та математики з використанням засобів штучного інтелекту. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*, 2024. Вип. 72. С. 14-26. <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2024-72-14-26>
3. Янишівський М. М. Штучний інтелект як загальноцільова технологія: виклики та підходи до публічної політики. *Проблеми сучасних трансформацій*.



Серія: право, публічне управління та адміністрування, 2024. Вип. 14.

<https://doi.org/10.54929/2786-5746-2024-14-02-06>

4. Коломієць А. М., Кушнір О. І. Використання штучного інтелекту в освітній та науковій діяльності: можливості та виклики. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 2023. Вип. 70. С. 45–57.

5. Lindner J. Ai In Higher Education Statistics: Latest Data & Summary. WiFiTalents. URL: <https://wifitalents.com/statistic/ai-in-higher-education/>

6. Гуревич Р. С., Коношевський Л. Л., Коношевський О. Л., Воєвода А. Л., Люльчак С. Ю. Інтеграція штучного інтелекту в сферу освіти: проблеми, виклики, загрози, перспективи, *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 2024. 24. DOI: 10.31652/2412-1142-2024-72-170-187

7. Mohamed M. Z., Hidayat R., Suhaizi N. N., Sabri N. M., Mahmud M. K. H., Baharuddin S. N. Artificial intelligence in mathematics education: A systematic literature review. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2022. 17(3). <https://doi.org/10.29333/iejme/12132>

8. Essien A., Bukoye O. T., O’Dea X., Kremantzis M. The influence of AI text generators on critical thinking skills in UK business schools. *Studies in Higher Education*, 2024. P. 1–18. <https://doi.org/10.1080/03075079.2024.2316881>.

9. Лукашова Т., Друшляк М. Штучний інтелект як засіб розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики. *Фізико-математична освіта*, 2023. 38(5). С. 18–25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-5-003>

10. Drushlyak M., Lukashova T., Shamonina V., Semenikhina O. ChatGPT-based simulation helps to develop the pre-service mathematics teachers’ critical thinking. *International Journal of Instruction*, 2025. 18(1). P. 153-172. <https://doi.org/10.29333/iji.2025.1819a>

11. Halmos P. The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 1980. 87(7). P. 519 – 524.



12. Потапова О. М. Задачі як засіб формування критичного мислення у студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів під час вивчення математичного аналізу. *Педагогіка вищої та середньої школи*. 2014. Вип. 43. С.71-76.

13. Rusandi, M., Ahman, Saripah, I., Khairun, D. & Mutmainnah. (). No worries with ChatGPT: building bridges between artificial intelligence and education with critical thinking soft skills. *Journal of Public Health*, 2023. <https://doi.org/10.1093/pubmed/fdad049>.

14. Popenici, S. A., & Kerr, S. (). Exploring the impact of artificial intelligence on teaching and learning in higher education. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, 2017. 12(22). P. 1-13. <https://doi.org/10.1186/s41039-017-0062-8>

15. Chaka C. Fourth industrial revolution—a review of applications, prospects, and challenges for artificial intelligence, robotics and blockchain in higher education. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning (RPTEL)*, 2023. 18:2. <http://rptel.apsce.net/index.php/RPTEL/article/view/2023-18002>.

16. Чкана Я., Мартиненко О. Математичні задачі в контексті проблеми формування у майбутніх учителів математики процедур критичного мислення. *Фізико-математична освіта*, 2024. 39(4). С. 33–39. <https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i4-05>